IRIS 2 – préparation au devoir en classe n^{o} 2

EXERCICE 1 – recherches d'images et d'originaux

1. Déterminer les transformées en $\mathcal{Z}$ (dont on admet l'existence) X_1, X_2, X_3 et X_4 des signaux discrets définis sur $\mathbb{N}$ par :

$$x_1(n) = n, \quad x_2(n) = 2^n, \quad x_3(n) = 2^n \times n, \quad x_4(n) = 2^{n-2}\, e(n-2).$$

2. Déterminer les signaux discrets y_1, y_2, y_3 et y_4 définis sur $\mathbb{N}$ dont les transformées en $\mathcal{Z}$ sont :

$$(\mathcal{Z}y_1)(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}, \quad (\mathcal{Z}y_2)(z) = \frac{z}{z-4}, \quad (\mathcal{Z}y_3)(z) = \frac{z+1}{(z-1)^3}, \quad (\mathcal{Z}y_4)(z) = \frac{2z(2z+1)}{(2z-1)^3}.$$

EXERCICE 2 – calcul du terme général d'une suite récurrente

On considère le signal discret causal x qui vérifie, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$:

$$2x(n) = 7x(n-1) + 4x(n-2) + 2d(n)$$

où d est l'impulsion unité discrète définie pour tout entier n par $d(n) = 0$ si $n \neq 0$ et $d(0) = 1$.

1. Calculer $x(0)$, $x(1)$ et $x(2)$.
2. On admet que le signal x possède une transformée en $\mathcal{Z}$, notée X, définie pour tout nombre complexe z tel que $|z| > 4$.
   a. Déterminer, en fonction de X les transformées des signaux discrets $n \longmapsto u(n) = x(n-1)$ et $n \longmapsto v(n) = x(n-2)$.
   b. Démontrer que pour tout nombre complexe z tel que $|z| > 4$, $X(z) = \dfrac{2z^2}{2z^2 - 7z - 4}$.
3. Déterminer deux nombres réels A et B tels que, pour tout nombre complexe z vérifiant $|z| > 4$, on ait :
$$X(z) = \frac{Az}{z-4} + \frac{Bz}{2z+1}.$$
4. Déduire de ce qui précède l'expression de $x(n)$ en fonction de l'entier naturel n.
5. Retrouver les valeurs de $x(0)$, $x(1)$ et $x(2)$.