

Terminales S (enseignement de spécialité)
Devoir à la maison n° 4 (facultatif)
À rendre vendredi 14 février 2014

Sujet C page 37

On considère la suite (u_n) d'entiers naturels définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 10 \times u_n + 21.$$

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n :

$$3u_n = 10^{n+1} - 7.$$

- b. En déduire, pour tout entier naturel n , l'écriture décimale de u_n .
3. Montrer que u_2 est un nombre premier.
4. Démontrer que, pour tout entier naturel n , u_n n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5.
5. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n :

$$3u_n \equiv 4 - (-1)^n \pmod{11}.$$

- b. En déduire que, pour tout entier naturel n , u_n n'est pas divisible par 11.
6. a. Donner le reste de la division euclidienne de 10^4 par 17.
En déduire que $10^{16} \equiv 1 \pmod{17}$.
- b. En déduire que, pour tout entier naturel k , u_{16k+8} est divisible par 17.