

Terminales S – devoir en classe n° 1

Jeudi 26 septembre 2013

EXERCICE 1

Les deux questions sont indépendantes.

1. On considère la suite numérique (a_n) définie pour tout entier naturel n par $a_n = \frac{3n^2 + 1}{2n^2 + n - 5}$.

a. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $a_n = \frac{3 + \frac{1}{n^2}}{2 + \frac{1}{n} - \frac{5}{n^2}}$.

b. En déduire la limite de la suite (a_n) .

2. On considère la suite numérique (b_n) définie pour tout entier naturel n par $b_n = \frac{2 - \sin(n)}{n + 1}$.

a. Justifier que, pour tout entier naturel n , $\frac{1}{n + 1} \leq b_n \leq \frac{3}{n + 1}$.

b. En déduire la limite de la suite (b_n) .

EXERCICE 2

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 2u_n - 2n + 3 \text{ avec } u_0 = 0.$$

1. Pour calculer et afficher le terme u_{15} de la suite, on propose l'algorithme ci-dessous.

Variables	n est un entier naturel u est un nombre réel
Initialisation	n prend la valeur 0 u prend la valeur 0
Traitement	Tant que $n < 15$ u prend la valeur ... n prend la valeur ...
Sortie	Fin de « Tant que » Afficher u

Recopier et compléter les deux lignes de l'algorithme où figurent des points de suspension.

2. On considère la suite (x_n) définie pour tout entier naturel n par $x_n = u_n - 2n + 1$.

a. Montrer que la suite (x_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. Déterminer l'expression de x_n en fonction de n .

c. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $u_n = 2^n + 2n - 1$.

d. Déterminer la limite de la suite (u_n) .

EXERCICE 3

On considère la suite numérique (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_{n+1} = \frac{2v_n + 4}{6 - v_n} \text{ avec } v_0 = 0.$$

On admet que, pour tout entier naturel n , $v_n \neq 6$.

1. a. Calculer les valeurs exactes de v_1 et v_2 .
b. Démontrer, par récurrence, que, pour tout entier naturel n , $v_n = \frac{2n}{n+2}$.
2. a. Calculer $v_{n+1} - v_n$ en fonction de n et en déduire le sens de variation de la suite (v_n) .
b. Démontrer que la suite (v_n) est majorée par 2.
c. Que peut-on en déduire ?
3. Déterminer la limite de la suite (v_n) .