Exercice 1

1) Déterminer si le nombre $11\,309$ est premier. Justifier la réponse.

2) Décomposer en produits de facteurs premiers 715 et donner le nombre de ses diviseurs.

3) Déterminer le PGCD de $103\,950$ et $8\,820$ par la méthode des divisions euclidiennes.

4) Déterminer le PGCD de $a = 2^2 \times 3^2 \times 5^9$ et $b = 2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^3$

Exercice 2

On dit que deux nombres entiers p et q sont amiables lorsque la somme des diviseurs de p (excepté p) est égale à q et réciproquement.

Exemple :
La somme des diviseurs de 220 (excepté 220) vaut 284. De plus, la somme des diviseurs de 284 (excepté 284) vaut 220.
Donc, 220 et 284 sont amiables.

Le mathématicien Euler, au XVIIIème siècle avait déjà listé 61 paires de nombres amiables. Aujourd'hui, grâce notamment à l'informatique, on en connaît $13\,000$!
Démontrer que $1\,184$ et $1\,210$ sont deux nombres amiables (découverts par Nicolo Paganini).

Exercice 3

Écrire sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c$, a, b et c étant des nombres relatifs, les nombres suivants :

$$A = \left(\frac{4^{-2} \times 8^4}{90^7 \times 30^{-2}}\right)^3 \qquad B = \left(\frac{9^3 \times 8^4}{25^2 \times 72^{-2}}\right)^2$$

Exercice 4

1) Donner les décompositions en produits de facteurs premiers de 98 et 70.

2) Déterminer le PGCD de 98 et 70.

3) Déterminer le PPCM (plus petit multiple commun) de 98 et 70.

4) Comparer les produits PGCD×PPCM avec 98×70.

5) Recommencer avec deux autres entiers quelconques puis faire une conjecture.

Exercice 5

1) Décomposer en produits de facteurs premiers le nombre $6\,930$.

2) En déduire le nombre de diviseurs de $6\,930$. On ne demande pas de trouver ces diviseurs.

Exercice 6

1) Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers : 77, 28 et 22.

2) En déduire le plus petit multiple commun (souvent noté PPCM) à 77, 28 et 22.

3) En déduire la simplication de : $B = \dfrac{2}{77} - \dfrac{1}{28} + \dfrac{5}{22}$.

Exercice 7

Trouver le PGCD et le PPCM des nombres 216 et 360.
Vérifier en donnant la relation existant entre le PGCD, le PPCM et les deux nombres 216 et 360.

Exercice 8

1) Que peut-on dire de deux nombres qui ont la même valeur absolue ?
2) Citer des diviseurs de 42.
3) Citer des multiples de 6.
4) Citer des diviseurs communs à 42 et 24.
5) Citer des multiples communs à 6 et 8.
6) Citer le plus grand diviseur commun (PGCD) à 42 et 24.
7) Citer le plus petit multiple commun (PPCM) à 6 et 8.

Exercice 9

1) Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers : 56, 60 et 24.

2) En déduire le plus petit multiple commun (souvent noté PPCM) à 56, 60 et 24.

3) En déduire la simplification de : $B = \dfrac{5}{56} - \dfrac{7}{60} + \dfrac{11}{24}$.

Exercice 10

1) Donner les décompositions en facteurs premiers de 56 et 70.
2) Lire alors le PGCD et le PPCM de 56 et 70.

Exercice 11

Sachant que $A = 2^x \times 3^2 \times 5$ et $B = 2^{2x} \times 3 \times 5^2$ et que le PPCM(A,B) contient 45 diviseurs, déterminer la valeur de x.
On justifiera la réponse.

Exercice 12

1) Décomposer 24 et 36 en produits de facteurs premiers.

2) En déduire le PGCD de 24 et 36.

3) En déduire le PPCM de 24 et 36.

4) Ecrire sous forme irréductible : $A = \dfrac{36}{24}$.

5) Sans calculatrice, écrire sous forme irréductible : $B = \dfrac{1}{36} + \dfrac{5}{24}$.

Exercice 13

Simplifier la fraction $C = \dfrac{1\,331}{1\,573}$.

On donnera le détail des calculs.

Exercice 14

Trouver deux entiers relatifs p et q tels que : $\dfrac{1}{1\,250\,000} = 2^p \times 5^q$.

Exercice 15

Écrire sous la forme $2^n \times 3^k \times 5^p$ où n, k et p sont des entiers relatifs : $F = \dfrac{2^5 \times 15^{-3} \times 9^5}{18^{-3} \times 10^2}$.

Exercice 16

Exercice 17

Exercice 18

Exercice 19

Exercice 20

Exercice 21

Exercice 22

Exercice 23

Exercice 24

Exercice 25

Exercice 26

Exercice 27

Exercice 28

Exercice 29

Exercice 30

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50