Exercice 1

$A = (4 - \sqrt{5})^2$

$B = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

$C = (7 - \sqrt{5})(7 + \sqrt{5})$

$D = (4\sqrt{3} - 2)(3 + \sqrt{3})$

Exercice 2

Simplifier les fractions suivantes :

$E = \dfrac{630}{875}$

$F = \dfrac{7^5 \times 3^{-4}}{3^{-5} \times 7^7}$

Exercice 3

Simplifier les écritures suivantes :

$A = \dfrac{5^3 \times 6^{-4}}{6^3 \times \left(5^3\right)^{-2}}$

$B = \dfrac{8^{-9}}{\left(3^4\right)^5} \times \dfrac{8^{11}}{3^{-16}}$

Exercice 4

Montrer que X est un nombre entier naturel :

$X = \left(\sqrt{28} + \sqrt{7} - \sqrt{32}\right)\left(\sqrt{63} + 2\sqrt{8}\right)$

Exercice 5

Ecrire sous forme de fractions irréductibles les nombres suivants :

$$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{4}{5}}{\frac{1}{3} - \frac{2}{7}}$$

$$B = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7}}}}$$

Exercice 6

Soit le nombre rationnel $a = 0,5757575757....$
On dit que l'écriture décimale périodique du nomre a est $a = 0,\underline{57}$: en effet le nombre 57 se répète dans l'écriture décimale.

On remarque alors que $100a = 57,\underline{57}$
donc $100a = 57 + a$ et $99a = 57$.
Conclusion : $a = \dfrac{57}{99} = \dfrac{19}{33}$.

En utilisant un procédé analogue, retrouver l'écriture sous forme de fraction irréductible de $b = 58,\underline{254}$.

Exercice 7

Factoriser les expressions suivantes :

$A(x) = 64x^2 - 49$

$B(x) = 21x^2 - 14x$

$C(x) = 4x^2 - 4x + 1$

$D(x) = (4x - 3)^2 - 25$

Exercice 8

Factoriser :

$A(x) = 4(x-1)^2 - 2(x-1)(x+3)$

$B(x) = 4(x-2)^2 - 16$

$C(x) = (5x+3)^2 - (6x-2)^2$

Exercice 9

Déterminer les constantes a, b et c tels que :

$$\frac{6x^2 - x + 4}{2x - 3} = ax + b + \frac{c}{2x - 3}.$$

Exercice 10

1) Justifier que $\sqrt{5}-2$ d'une part et $9-4\sqrt{5}$ d'autre part sont positifs.

2) Comparer les nombres $\sqrt{5}-2$ et $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

Exercice 11

On rappelle que le nombre d'or est :

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Démontrer que : $\Phi^2 = \Phi + 1$.

Exercice 12

Déterminer les réels a, b et c tels que :

$$\frac{6x^2 - x - 7}{2x + 3} = ax + b + \frac{c}{2x + 3}.$$

Exercice 13

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$A(x) = (5x-1)(x^2-4)$

$B(x) = (5x-2)^2 - 4(x-3)^2$

$C(x) = (2x-1)(x-4) + (x-4)^2 - 2(x-4)(x+3) + x - 4$

$D(x) = x^2 - 9 - 3(x-3)(x+2)$

$E(x) = (4x-1)^2 - (x+1)(4x+1)$

Exercice 14

En donnant les détails des calculs, mettre sous la forme d'une fraction irréductible, chacun des nombres suivants :

1) $\dfrac{6^2 \times 2^3}{2^4 \times 3^4}$;

2) $a + b$ et $a - \dfrac{b}{c}$, où $a = \dfrac{6}{15}$; $b = \dfrac{1}{10}$; $c = \dfrac{3}{5}$.

Exercice 15

Exprimer chacun des nombres A, B, C et D sous forme d'une fraction irréductible en faisant apparaître les étapes du calcul :

$$A = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \div \frac{5}{2}$$

$$B = \frac{13 \times 10^{14} \times 10^{6}}{2 \times \left(10^{3}\right)^{7}}$$

$$C = \sqrt{\frac{49}{100}} + \frac{\left(\sqrt{3}\right)^{2}}{10}$$

$$D = \frac{1}{20}\left(\sqrt{14} - 1\right)\left(\sqrt{14} + 1\right)$$

Exercice 16

Calculer, puis simplifier (on donnera les résultats sous la forme de fractions les plus simples possibles) :

$A = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{5} \times \dfrac{25}{7}$

$B = \left(\dfrac{2}{8} - \dfrac{3}{15}\right) \div \dfrac{3}{10}$

$C = \dfrac{25 \times 10^2 \times 121}{11 \times 150 \times 3}$

Exercice 17

Calculer A et B (faire apparaître les étapes de chaque calcul et donner les résultats sous forme d'une fraction la plus simple possible) :

$$A = \frac{2,5 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-6}}$$

$$B = \frac{\frac{5}{3} - 1}{1 - \frac{1}{6}}$$

Exercice 18

Donner l'écriture décimale et l'écriture scientifique de E :

$$E = \frac{7 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{5}}{21 \times 10^{4}}$$

Exercice 19

1) On considère $C = 2\sqrt{5} + \sqrt{125} - 6\sqrt{45}$.
Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant deux nombres entiers, b étant le plus petit possible.

2) A l'aide d'un calcul, montrer que le nombre $D = \left(3\sqrt{2} + 3\right)\left(\sqrt{2} - 1\right)$ est un nombre entier.

Exercice 20

On considère les nombres :

$C = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$

$D = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3}$

Montrer, en détaillant le calcul, que $\dfrac{C}{D}$ est un nombre entier.

Exercice 21

Parmi les expressions suivantes, indiquer les sommes, les produits et les quotients.

$A(x) = \dfrac{2x-3}{x^2+1}$

$B(x) = \dfrac{x+1}{x} + \dfrac{1}{4}$

$C(x) = \dfrac{4x}{3}(x-2)$

$D(x) = (5x-1)^2$

$E(x) = (x-3)2x+7$

$F(x) = 3x(x+1)$

NB : on fera des phrases du type : « $G(x)$ est le produit de $(x+7)$ par $(x-3)$. »

Exercice 22

Retrouver parmi les expressions suivantes celles qui correspondent à des développements de carrés :

$A(x) = x^2 + 2x + 1$

$B(x) = 4x^2 - 4x + 1$

$C(x) = x^2 + 3x + 9$

$D(x) = 4x^2 + 12x + 9$

Exercice 23

Factoriser les expressions suivantes :

$A(x) = x^2 + x$

$B(x) = (x+1)^2 - 4$

$C(x) = 9x - 4x^2$

$D(x) = 9x^2 + 6x + 1$

$D(x) = (x-2)^2 - 1$

$E(x) = -4(x-3)^2 + 1$

Exercice 24

Soit l'expression $f(x) = -x^2 + \dfrac{6}{x}$.

Calculer l'expression pour les valeurs suivantes :

- $x = 3$;
- $x = -2$;
- $x = \dfrac{3}{2}$;
- $x = \sqrt{3}$.

NB : on pourra vérifier à la calculatrice.

Exercice 25

Vérifier que les trois expressions suivantes correspondent à une même expression.

- $x(2x-1)-3$;
- $(2x-3)(x+1)$;
- $2\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{25}{8}$.

Exercice 26

Calculer la somme S suivante :

$$S = (1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2) + (5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2) + \cdots + (1\,997^2 - 1\,998^2 - 1\,999^2 + 2\,000^2) + (2\,001^2 - 2\,002^2 - 2\,003^2 + 2\,004^2)$$

NB : Chaque parenthèse est de la forme : $n^2 - (n+1)^2 - \cdots$.

Exercice 27

Écrire sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c$, a, b et c étant des nombres relatifs, les nombres suivants :

$$A = \left(\frac{4^{-2} \times 8^4}{90^7 \times 30^{-2}} \right)^3 \qquad B = \left(\frac{9^3 \times 8^4}{25^2 \times 72^{-2}} \right)^2$$

Exercice 28

Ecrire sous forme de fraction irréductible : $B = \dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{3}}}$.

Exercice 29

Donner les valeurs de x pour lesquelles l'expression suivante a un sens, puis réduire l'expression au même dénominateur :

$$f(x) = \frac{2}{x+4} - \frac{5}{x-1} + 2$$

Exercice 30

Un triangle BDE est rectangle en D.
On donne $DB = \sqrt{3} + 1$ et $DE = \sqrt{3} - 1$.
Calculer BE.

Exercice 31

$1\ m^3$ d'eau de mer contient $0,004\ mg$ d'or.
Le volume total d'eau de mer sur la Terre est de $1,3 \times 10^6\ km^3$.
Quelle est la masse totale d'or (en tonnes) que contient toute l'eau de mer ?

Exercice 32

1) Développer : $(x+y)^2-(x-y)^2$.

2) Sans calculatrice, calculer $A=10\,001^2-9\,999^2$. Expliquer.

Exercice 33

Une cuve d'eau peut contenir 900 litres d'eau. Un robinet la remplit en 9h e un autre la vide en 18h.
Si on ouvre les deux robinets en même temps, en combien d'heures la cuve se remplit-elle ?

Exercice 34

1) Vérifier les égalités suivantes : $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{5}-2$ et $\sqrt{11-6\sqrt{2}} = 3-\sqrt{2}$.

2) Calculer : $A = 3\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} + 2\sqrt{\left(2\sqrt{2}-3\right)^2} - \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 3-\sqrt{2}$.

Exercice 35

On donne $F = \dfrac{\sqrt{5}-1}{3-\sqrt{5}}$.

Simplifier l'écriture de F.

Exercice 36

Simplifier les écritures suivantes :

$G = (4 - 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$

$H = (7 - 2\sqrt{3})^2$

Exercice 37

Un fil de section S comporte n électrons par unité de volume se déplaçant à la vitesse v.
L'intensité I du courant circulant dans ce fil est donnée en ampère par la formule :

$$I = nSqv$$

où q désigne une charge électrique.

On donne :
$n = 6 \times 10^{26}\ m^{-3}$
$q = 1,5 \times 10^{-19}\ C$
$v = 2 \times 10^{-3}\ m.s^{-1}$
$S = 1,2 \times 10^{-6}\ m^2$.

1) Faire le calcul de I, en ampère, à l'aide de la calculatrice, et donner le résultat.

2) Faire le calcul à la main en détaillant les étapes.

Exercice 38

Ecrire le nombre suivant sans radical au dénominateur : $A = \dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

Exercice 39

Factoriser les expressions suivantes :

$A(x) = 9x^2 + 6x + 1$

$B(x) = (2x - 1)(x + 5) - (2x - 1)^2$

Exercice 40

On donne $f(x) = (2x-3)(x-5) - (2x-3)^2$.

1) Factoriser $f(x)$.

2) Donner le tableau de signes de $f(x)$.

Exercice 41

Soit le polynôme $P(x) = (2x - 3)^2 - (3x - 5)^2$.

1) Développer $P(x)$.

2) Factoriser $P(x)$.

3) Donner le tableau de signes de $P(x)$.

4) Résoudre l'inéquation $P(x) \geqslant 0$.

NB : on pensera à utiliser la calculatrice pour vérifier les différents résultats (tracés de courbes).

Exercice 42

Déterminer les réels a, b et c tels que : $\dfrac{6x^2-x-7}{2x+3} = ax+b+\dfrac{c}{2x+3}$.

NB : on pourra mettre le membre droit au même dénominateur et le comparer au membre gauche.

Exercice 43

Développer :
$A = (3x+1)^2 - (4x+3)^2$ $B = (2x+1) - (4x+3) - (3x+7)(x-2)$ $C = (3x-2)^2 - 2(x+5)^2$

Exercice 44

Factoriser :

$D = (2x+1)^2 - 10x - 5 \qquad E = (x-7)^2 - (4x+3)^2 \qquad F = 8x^2 + 8x + 2$

Exercice 45

Développer, réduire et ordonner :
$A = (3x + 7)^2$
$B = (4x - 5)(2x - 3)$
$C = (3x - 2)(3x + 2)$
$D = (8x - 1)^2$

Exercice 46

Développer, réduire et ordonner :

$A = 3(x+5)^2 - 3$

$B = -7(2x-1)^2 + 13$

$C = 5\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 + \frac{7}{5}$

$D = -9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + 8$

Exercice 47

Développer $(x+3)^4$ puis $(x-1)^6$.

On expliquera la démarche.

Exercice 48

Développer $(x+2)^6$. Expliquer rapidement.

Exercice 49

Exercice 50