

Exercice 1

- 1) Représenter dans un même repère orthonormal
 - la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$,
 - la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4x$.
 - 2) Utiliser ces représentations graphiques pour résoudre graphiquement :
 - a) l'équation $x^2 = 4x$;
 - b) l'inéquation $x^2 \leq 4x$.
 - 3) Retrouver les résultats précédents par le calcul.
-

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

1) $(2x + 3)^2 = (4x - 1)(x + 5)$.

2) $4(x + 3)^2 = x^2 - 9$.

3) $4x^2 + 4x + 1 = 0$.

Exercice 3

Quel est le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation suivante :

$$(x^2 - 1^2)(x^2 - 2^2)(x^2 - 3^2) \cdots (x^2 - 50^2) = 0$$

On justifiera la réponse.

Exercice 4

Pour chacun des polynômes $P(x)$ suivants, réaliser le travail suivant :

Développer $P(x)$.

Factoriser $P(x)$.

Résoudre $P(x) = 0$.

Donner le tableau de signes de $P(x)$.

Vérifier les résultats obtenus à l'aide de la calculatrice (courbes).

— $P(x) = (x + 3)^2 - (5x - 3)^2$.

— $P(x) = (x + 3)^2 - (3x - 4)(x + 3)$.

— $P(x) = (2x - 5)^2 - (2x - 5)(x + 1)$.

— $P(x) = (4x - 3)^2 - 36$.

Exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

1) $36x^2 + 36x + 9 = 0$.

2) $(3x + 4)^2 = (2x + 7)^2$.

NB : on pensera à utiliser la calculatrice pour vérifier les différents résultats (tracés de courbes).

Exercice 6

Soit le polynôme $P(x) = (2x - 9)^2 - (4x - 5)^2$.

- 1) Développer $P(x)$.
- 2) Factoriser $P(x)$.
- 3) Donner le tableau de signes de $P(x)$.
- 4) Résoudre l'inéquation $P(x) \geq 0$.

NB : on pensera à utiliser la calculatrice pour vérifier les différents résultats (tracés de courbes).

Exercice 7

Comparer les expressions $f(x)$ et $g(x)$:

$$f(x) = (x - 5)(2x + 3) - (13x - 90) \quad \text{et} \quad g(x) = (2x - 5)^2 - 2(x - 5)(x + 5).$$

Exercice 8

Résoudre les équations suivantes :

1) $25x^2 - 70x + 49 = 0$.

2) $14x - 21 = (2x - 3)^2$.

Exercice 9

Soit le polynôme $P(x) = (3x - 5)^2 - (x + 3)^2$.

- 1) Montrer que $P(x) = 4(x - 4)(2x - 1)$.
 - 2) Donner le tableau de signes de $P(x)$.
 - 3) Résoudre l'inéquation $P(x) \leq 0$.
-

Exercice 10

1) Etudier le signe de : $P(x) = (x + 1)(-2x + 3)$.

2) Résoudre l'inéquation : $(x + 1)(2 - x) < x^2 - 1$.

NB : on pensera à faire apparaître $P(x)$ dans la deuxième question.

Exercice 11

1) Factoriser le polynôme : $Q(x) = x^2 - 4x + 4$.

2) Résoudre l'équation : $x^2 - 4x + 4 = (1 - x)(x - 2)$.

Exercice 12

- 1) Trouver deux entiers consécutifs dont le produit augmenté de 7 est égal au carré de l'entier suivant.
 - 2) Trouver les nombres dont le carré est égal au triple.
 - 3) Trouver les nombres dont le triple du carré est égal au double du nombre.
-

Exercice 13

Résoudre l'équation : $x - \frac{x+4}{x+1} = 0$.

Exercice 14

Résoudre l'inéquation : $\frac{(3x + 2)(4x - 1)}{5 - 2x} \geq 0$.

Exercice 15

1) Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ l'équation : $\cos x = -\frac{1}{2}$.

2) Résoudre dans l'intervalle $[4\pi ; 6\pi]$ l'équation : $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

NB : on accompagnera chaque réponse d'un cercle trigonométrique.

Exercice 16

Résoudre l'équation : $(2 - x)(x + 3) = x^2 - 4$.

Exercice 17

Résoudre l'inéquation : $\frac{1}{x+1} < x+1$.

Exercice 18

On pose $f(x) = -3x^2 + 18x - 24$.

- 1) Trouver une racine évidente de $f(x)$, c'est-à-dire une valeur α telle que $f(\alpha) = 0$.
 - 2) En déduire une factorisation de $f(x)$.
 - 3) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.
-

Exercice 19

Résoudre l'équation : $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+5}$.

Exercice 20

Résoudre l'inéquation : $\frac{1}{2x-1} < 2$.

Exercice 21

On donne $f(x) = \frac{(x-4)^2 - (2x-5)^2}{x-2}$.

- 1) Factoriser $P(x) = (x-4)^2 - (2x-5)^2$.
 - 2) Donner le tableau de signes de l'expression $f(x)$.
-

Exercice 22

Résoudre l'inéquation : $\frac{(x+4)^2 - (2x+5)^2}{x-5} \leq 0$.

Exercice 23

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 - 4x + 7$.

- 1) Etudier le sens de variation de f sur \mathbb{R} . On séparera le cas où $x < -2$ du cas où $x > -2$.
 - 2) f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.
 - 3) Tracer (C_f) sur l'intervalle $[-6 ; 2]$.
 - 4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 2$.
 - 5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x + 1$.
-

Exercice 24

- 1) Montrer que : $x^2 - 6x = (x - 3)^2 - 9$.
 - 2) Résoudre l'équation : $x^2 - 6x = -8$.
 - 3) Résoudre l'inéquation : $x^2 - 6x - 7 \leq 0$.
-

Exercice 25

Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{(3x - 2)(-4 - 5x)}{3x + 1} \leq 0$.

Exercice 26

On considère les fonctions affines f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{-3x + 4}{6} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{7x - 2}{4}.$$

- 1)
 - a) Tracer les courbes représentatives (\mathcal{C}_f) et (\mathcal{C}_g), en donnant leur coefficient directeur et un point à coordonnées entières. (On pourra utiliser pour cela un tableau de valeurs de la calculatrice.)
 - b) Donner le sens de variation de f et celui de g .
 - 2)
 - a) Résoudre algébriquement $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$ et faire apparaître les résultats sur le graphique.
 - b) En déduire les solutions des inéquations : $f(x) \geq 0$ et $g(x) \leq 0$. (On répondra à cette question en utilisant le sens de variation des fonctions.)
 - 3) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) > g(x)$. En donner une interprétation graphique.
-

Exercice 27

Résoudre les équations suivantes :

1) $4x^2 - 3x = 0$.

2) $2x^2 - x + 1 = x + 1$.

3) $(5x - 1)(x + 2) = (x + 2)(1 - x)$.

4) $(2x + 1)(2 - x) = (2x + 1)^2$.

5) $(4x - 3)(4 - x) = (x - 2)(x + 6)$.

Exercice 28

Dans chaque cas, tracer l'allure de la parabole de la fonction carré et résoudre l'équation :

- $x^2 = \frac{4}{9}$;

- $x^2 = \frac{3}{4}$;

- $x^2 + 9 = 0$;

- $4x^2 - 1 = 0$.



Exercice 29

Résoudre l'inéquation : $\frac{(3x + 2)(4x - 1)}{5 - 2x} \geq 0$.

Exercice 30

Soit $f(x) = (x - 2)(x + 6)$ pour tout x réel.

1) Vérifier que pour tout x réel,

$$(x - 2)(x + 6) = x^2 + 4x - 12 = (x + 2)^2 - 16.$$

2) Résoudre chacune des inéquations suivantes en choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adaptée :

a) $f(x) \leq 0$;

b) $f(x) \leq 20$;

c) $f(x) \leq x^2 + 4$.

Exercice 31

Résoudre l'inéquation : $\frac{2}{x-3} < 1$.

Exercice 32

Vrai ou faux ?

- 1) 3 et -3 sont solutions de l'équation $x^2 + 2x - 5 = 2(x + 2)$.
 - 2) L'équation $x^2 = 3x$ équivaut à l'équation $x = 3$.
 - 3) Pour tout $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \leq 2$.
-

Exercice 33

Résoudre de tête, rapidement, les équations suivantes en donnant la solution sous forme simplifiée :

- $-x - 4 = 0$;
 - $6x + 3 = 0$;
 - $-3x = 0$;
 - $\frac{-x + 3}{5} = 0$;
 - $-\frac{x}{4} + \frac{3}{4} = 0$;
 - $\frac{x}{5} - \frac{1}{15} = 0$;
 - $-5 - 2x = 0$.
-

Exercice 34

1) Soit l'inégalité : $\frac{x+3}{3} \leq x - \frac{1}{2}$.

Appliquer successivement, en réfléchissant à l'influence de chaque opération sur le sens de l'inégalité :

- multiplier par 6,
- retrancher $6x$,
- retrancher 6,
- prendre l'opposé,
- diviser par 4.

2) Résoudre, de la même façon, en commentant chaque étape l'inéquation suivante : $2(x+3) - 1 < 4x + 5$.

3) Idem avec l'inéquation suivante : $\frac{2x-3}{5} \geq \frac{3x+7}{4}$.

Exercice 35

Soit $f(x) = \frac{3-x}{2+x}$.

1) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

2) a) Montrer que $f(x) = -1 + \frac{5}{x+2}$.

b) En déduire la résolution de l'inéquation $f(x) > -1$.

Exercice 36

On donne $A(x) = \frac{(4x - 1)(4x - 3)}{4 - (4x - 1)^2}$.

- 1) Factoriser $P(x) = 4 - (4x - 1)^2$.
 - 2) Donner les valeurs particulières de $A(x)$.
 - 3) Donner le tableau de signes de $A(x)$.
-

Exercice 37

1) Soit

$$F(x) = (x^2 + 2x - 6)^2 - (x^2 - 2x - 2)^2$$

- a) Décomposer le polynôme $F(x)$ en un produit de polynômes du premier degré.
- b) Calculer $F(\sqrt{6})$.
- c) Sachant que $2,449 < \sqrt{6} < 2,450$, donner un encadrement d'amplitude 0,1 de $F(\sqrt{6})$.
- d) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation d'inconnue x : $F(x) = 0$.

2) Soit

$$G(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$$

Montrer que $G(x) = (x + 1)(x - 2)(x + 2)$.3) H est la fonction dans \mathbb{R} telle que :

$$H(x) = \frac{(8x + 16)(x - 2)(x - 1)}{(x^2 - 4)(x + 1)}$$

- a) Déterminer l'ensemble de définition (ou existentiel) de H . On appellera E cet ensemble.
- b) Écrire le plus simplement possible $H(x)$ lorsque x est élément de E .
- c) Résoudre dans E l'équation d'inconnue x : $H(x) = 24$.
- d) Résoudre dans E l'équation d'inconnue x : $H(x) = 4$.

Remarque : les questions 1,2 et 3 sont indépendantes.

Exercice 38

- 1) Résoudre l'inéquation $7x > 8x - 3$, puis représenter les solutions sur une droite graduée.
- 2) Résoudre l'inéquation $-3x + 1 > -5x - 2$, puis représenter les solutions sur une droite graduée.
- 3) Représenter sur une droite graduée les solutions du système :

$$\begin{cases} 7x > 8x - 3 \\ -3x + 1 > -5x - 2 \end{cases}$$

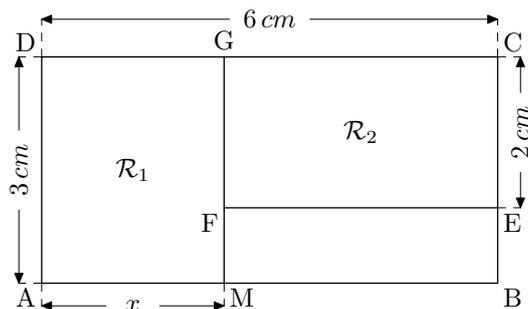
Exercice 39

Résoudre les équations ou inéquations :

$$x(2x - 7) = 0$$

$$4x^2 = 100$$

$$\frac{5x + 1}{6} > \frac{3x - 3}{8}$$

Exercice 40

Description de la figure ci-dessus :

- $ABCD$ est un rectangle tel que $AD = BC = 3\text{ cm}$;
- M est un point du segment $[AB]$ tel que $AM = x$ avec $0 < x < 6$ et x exprimé en cm ;
- E est le point du segment $[CB]$ tel que $CE = 2\text{ cm}$.

On note \mathcal{R}_1 le rectangle $AMGD$ et \mathcal{R}_2 le rectangle $FECG$.

- 1) \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont les périmètres des rectangles \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 , exprimés en cm .
 - a) Calculer \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 en fonction de x .
 - b) Pour quelle valeur de x les périmètres \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont-ils égaux ?
- 2) \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 sont les aires des rectangles \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 exprimées en cm^2 .
 - a) Calculer \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2 en fonction de x .
 - b) Pour quelles valeurs de x a-t-on : $\mathcal{S}_2 < \mathcal{S}_1$?

Exercice 41

Résoudre chaque inéquation, puis le système proposé en s'aidant un axe gradué :

$$\begin{cases} x + 4 < 0 \\ 2 - 5x > 0 \end{cases}$$

Exercice 42

Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x-1}$ pour $x \neq 1$.

- 1) Etudie les variations de f sur $] -\infty ; 1[$, puis sur $]1 ; +\infty[$.
 - 2) Tracer la courbe représentative de f .
 - 3) Déterminer graphiquement l'ensemble dans lequel se trouve $f(x)$ quand $x \in [2 ; 5]$.
 - 4) Soit l'équation $f(x) = 2$.
 - a) Résoudre graphiquement cette équation. Justifier soigneusement la réponse.
 - b) Résoudre algébriquement la réponse.
-

Exercice 43

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) $x^2 \leq 16$.

2) $(4x^2 - 9)(x + 1) > 0$.

3) $\frac{5 - 2x}{1 - x} < 0$.

4) $\frac{x + 5}{5 - 4x} \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 44

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $\frac{x^2}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$.

2) $\frac{x^2 - 3x}{x+2} = 0$.

3) $\frac{9x^2 - 25}{(x+2)(3x+5)} = 0$.

Exercice 45

Deux villes A et B sont distantes de 42 km .

Un cycliste part de A en direction de B à 18 km.h^{-1} à 15h30.

Un piéton quitte au même moment B en direction de A à la vitesse de 6 km.h^{-1} .

A quelle heure vont-ils se rencontrer ?

Exercice 46

Résoudre l'inéquation : $\frac{4x^2 - 25}{x - 6} \geq 0$.

Exercice 47

Résoudre l'équation : $x = \frac{x+4}{x+1}$.

Exercice 48

Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 16} > 0$.

Exercice 49

Résoudre les équations suivantes :

1) $(2x + 5)^2 = (4x - 1)(2x + 5)$.

2) $4(x + 3)^2 = x^2 - 9$.

3) $9x^2 + 6x + 1 = 0$.

Exercice 50

Résoudre l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $\left[\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$.

Exercice 51

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - x^2 + x + 2$.

Donner à l'aide de la calculatrice la ou les solutions arrondie(s) au centième de l'équation $f(x) = 70$.
Expliquer la démarche utilisée.

Exercice 52

La distance de x à 7 est 3.

- 1) Traduire cette phrase à l'aide d'une valeur absolue.
 - 2) Illustrer la situation sur un axe gradué et trouver les deux valeurs possibles de x .
-

Exercice 53

Résoudre géométriquement l'équation : $|x - 6| = 10$.

Exercice 54

- 1) Si les valeurs absolues de deux nombres sont égales, que peut-on dire de ces deux nombres ?
 - 2) En déduire la résolution de l'équation : $|1 - x| = |2x - 3|$.
-

Exercice 55

Résoudre l'équation $(3x + 5)^2 = 16$.

Exercice 56

Résoudre l'inéquation $\frac{x^2 - 9}{-2x + 5} \leq 0$.

Exercice 57

Résoudre l'inéquation : $(x - 4)(3x - 5) < 2(x - 4)$.

Exercice 58

Résoudre l'équation $(3x - 1)^2 = (6x - 2)(5x - 3)$.

Exercice 59

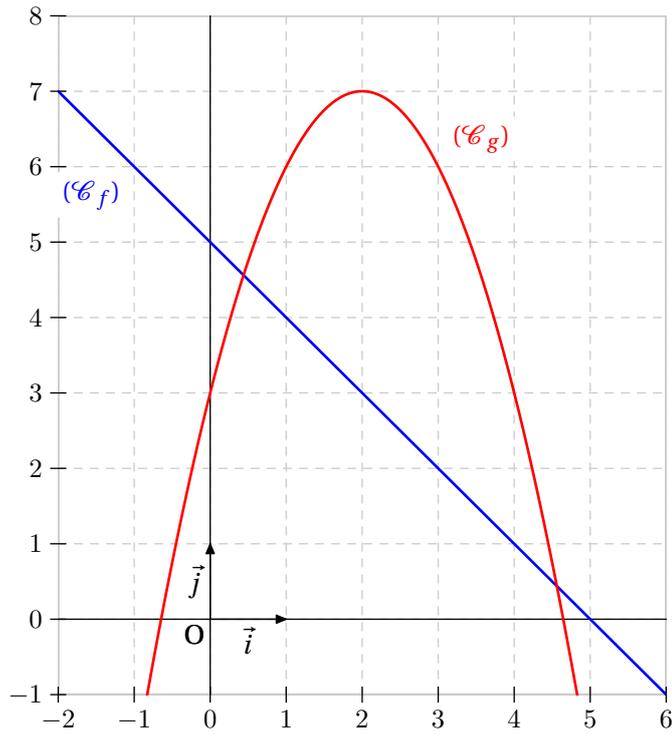
Résoudre l'inéquation $\frac{3}{x-2} \leq 5$.

Exercice 60

Résoudre l'inéquation $\frac{9 - x^2}{x - 1} \leq 0$.

Exercice 61

Résoudre l'inéquation : $\frac{(-3x + 1)(x - 2)}{5 - 2x} \geq 0$.

Exercice 62

Résoudre graphiquement :

- 1) l'équation $g(x) = 3$;
- 2) l'inéquation $f(x) < g(x)$.

NB : on fera attention à la rédaction.

Exercice 63

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $-\frac{2}{3}x + 4 \geq 0$

b) $\frac{-2x + 3}{7} < 2x + \frac{1}{3}$

Exercice 64

Résoudre les équations suivantes :

a) $(4x + 1)^2 = (4x + 1)(-x + 3)$

b) $\frac{5}{x + 2} = 4$

Exercice 65

Résoudre les inéquations suivantes :

a) $x^2 - 6x + 9 \geq 5x - 15$

b) $\frac{5}{x+1} < 2$

Exercice 66

Donner le tableau de signes des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -3(x - 2)(-4x + 1)$

b) $g(x) = \frac{(2x - 3)(-x + 3)}{x - 4}$

Exercice 67

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x+3} - \frac{3}{2x+1}$.

- 1) La fonction f n'est pas définie pour deux valeurs. Lesquelles ? Justifier.
 - 2) Ecrire $f(x)$ sous la forme d'une seule fraction.
 - 3)
 - a) En utilisant la calculatrice, résoudre l'équation $f(x) = 0$. Justifier.
 - b) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 0$.
-

Exercice 68

Soit la fonction f définie par $f(x) = (2x + 1)^2 - (x - 4)^2$.

- 1) Développer $f(x)$.
 - 2) Factoriser $f(x)$.
 - 3)
 - a) En utilisant la calculatrice, résoudre l'équation $f(x) = 0$. Justifier.
 - b) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 0$.
-

Exercice 69

Résoudre les équations suivantes :

$$1) \frac{x+3}{5} - \frac{2x+3}{7} = 4x - 5$$

$$2) \frac{3x+2}{6} - \frac{4x-5}{9} = 2 + \frac{x}{4}$$

Exercice 70

Résoudre les équations suivantes :

1) $(3x - 1)(x - 2) = (x + 3)(5x - 10)$

2) $\frac{4x + 1}{2} + \frac{x - 5}{3} = \frac{2x + 1}{12}$

Exercice 71

Résoudre les équations suivantes :

1) $(3x + 1)(x - 2) = (x - 3)(5x - 10)$

2) $\frac{4x - 1}{2} + \frac{x + 6}{3} = \frac{2x - 3}{12}$

Exercice 72

Exercice 73

Exercice 74

Exercice 75

Exercice 76

Exercice 77

Exercice 78

Exercice 79

Exercice 80

Exercice 81

Exercice 82

Exercice 83

Exercice 84

Exercice 85

Exercice 86

Exercice 87

Exercice 88

Exercice 89

Exercice 90

Exercice 91

Exercice 92

Exercice 93

Exercice 94

Exercice 95

Exercice 96

Exercice 97

Exercice 98

Exercice 99

Exercice 100