Exercice 1

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\ ;\ 5]$ par : $f(x) = (x-1)^2$.

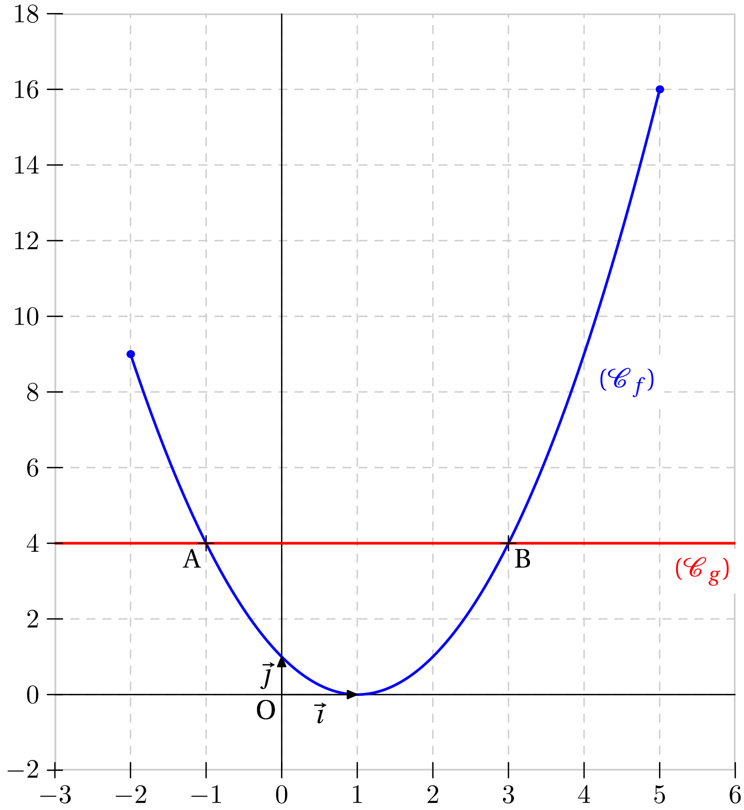
1) Donner un tableau de valeurs de f.

2) Tracer la courbe représentative de f.

3) Quels sont les antécédents de 4 ?

4) Montrer que f est décroissante sur l'intervalle $[-2\ ;\ 1]$.

Illustration



Exercice 2

1) Représenter dans un même repère orthonormal

- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$,
- la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 4x$.

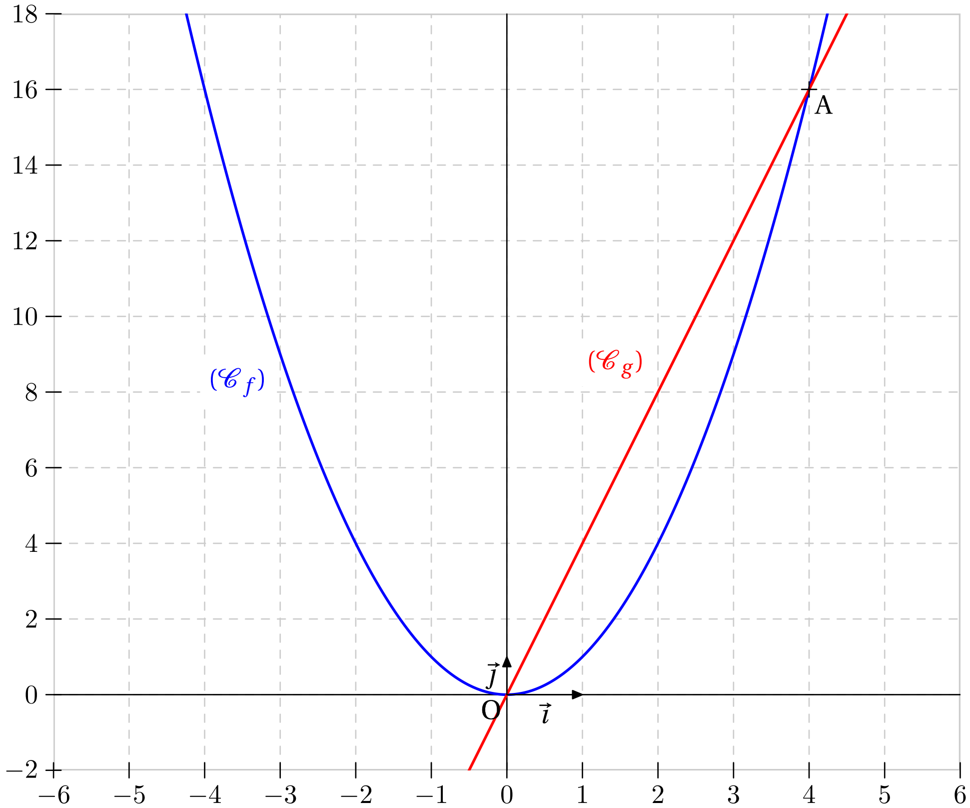
2) Utiliser ces représentations graphiques pour résoudre graphiquement :

a) l'équation $x^2 = 4x$;

b) l'inéquation $x^2 \leqslant 4x$.

3) Retrouver les résultats précédents par le calcul.

Illustration



Exercice 3

1) Représenter dans un même repère orthonormal sur l'intervalle $[-4\ ;\ 3]$

— la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)^2$,

— la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 5x + 10$.

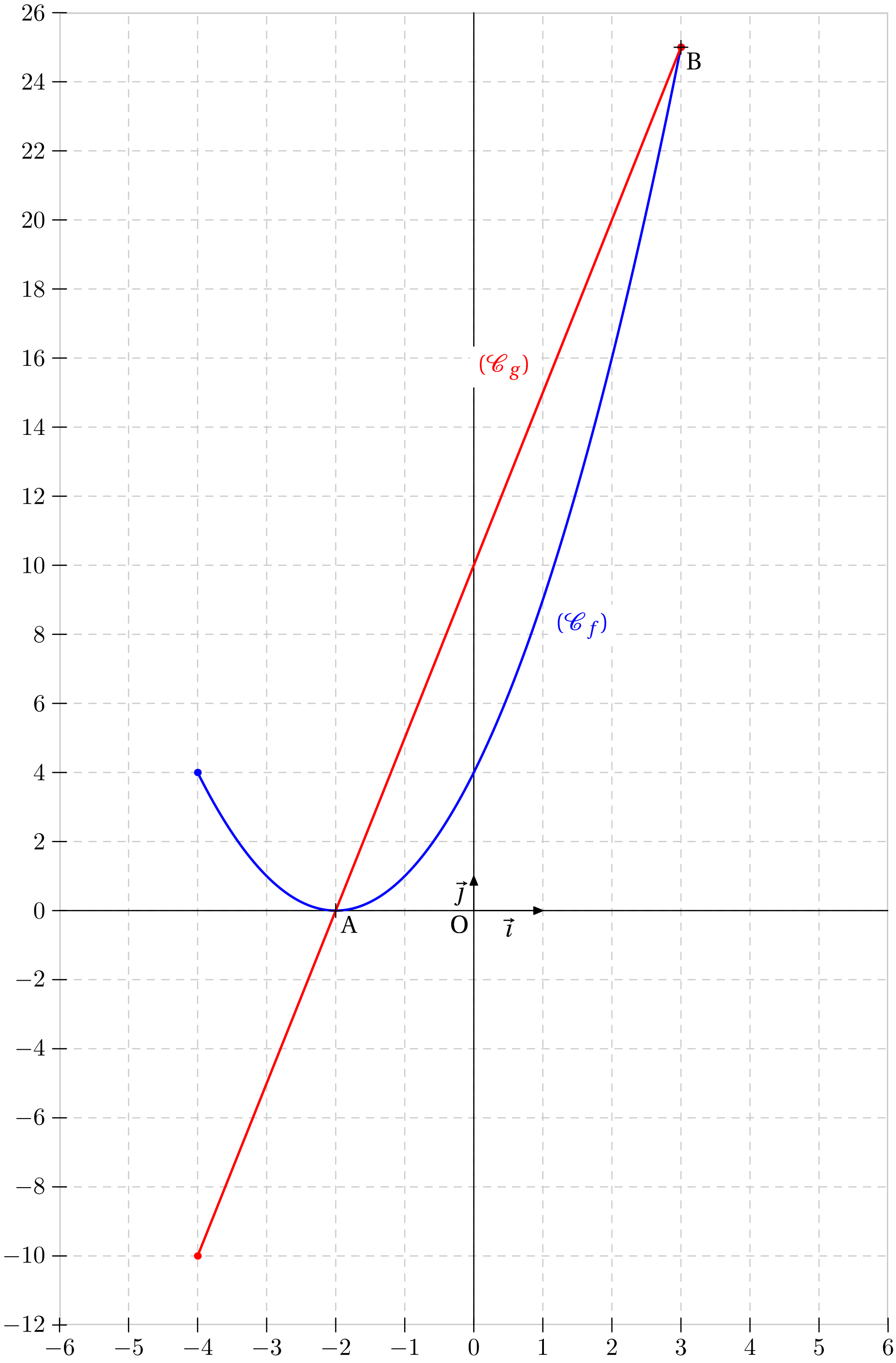
2) Utiliser ces représentations graphiques pour résoudre graphiquement :

a) l'équation $(x+2)^2 = 5x + 10$;

b) l'inéquation $(x+2)^2 \leqslant 5x + 10$.

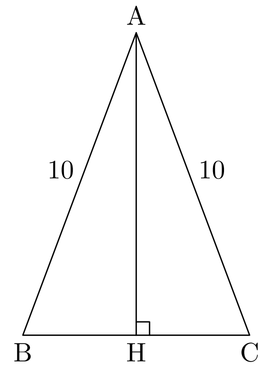
3) Retrouver les résultats précédents par le calcul.

Illustration



Exercice 4

On considère un triangle isocèle ABC de sommet le point A. On pose $AB = AC = 10$ et $BC = x$, $x \geqslant 0$.
On note H le pied de la hauteur issue de A.



1) Calculer l'aire du triangle lorsque $x = 5$.

2) Peut-on avoir $x = 30$? Quelle est la valeur maximale de x ?

3) Exprimer la hauteur AH en fonction de x.

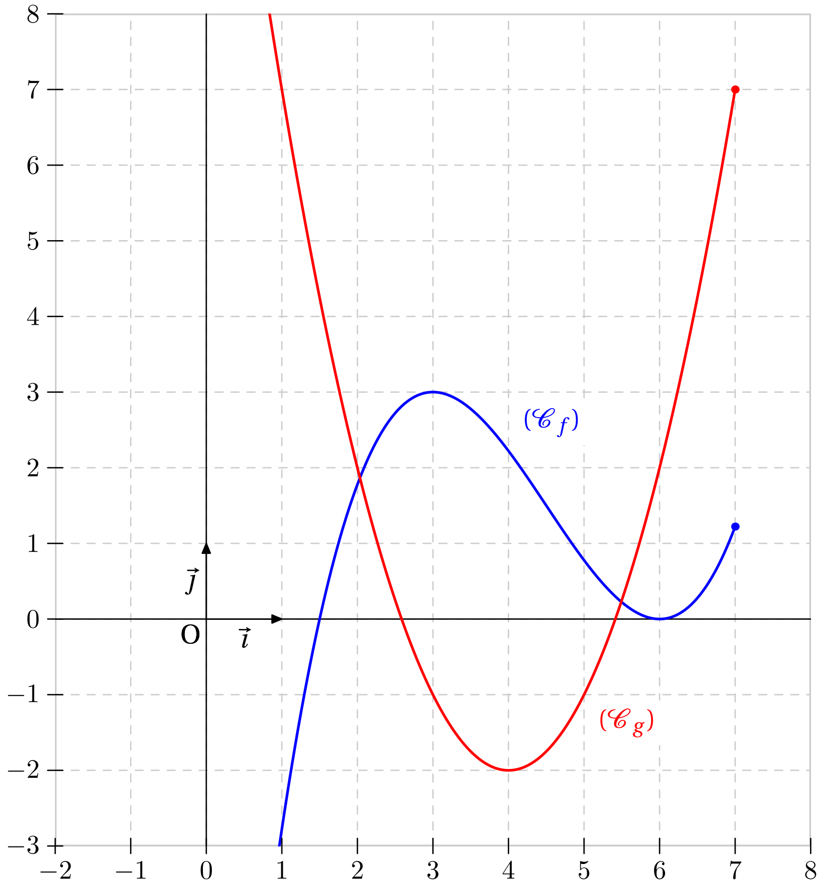
4) On désigne par f la fonction qui à chaque réel x de l'ensemble de définition du problème associe l'aire $f(x)$ du triangle ABC ; montrer que

$$f(x) = \frac{x}{4}\sqrt{400 - x^2}$$

5) Représenter graphiquement cette fonction.

6) Déterminer, en utilisant votre calculatrice, une valeur approchée de x pour laquelle la fonction est maximale et préciser la valeur approchée du maximum.

Exercice 5



On a représenté ci-dessus les courbes représentatives de deux fonctions f et g définies sur $[-1\ ;\ 7]$.
Résoudre graphiquement les équations ou inéquations suivantes en donnant si besoin des valeurs arrondies au dixième :

1) $f(x) = 1$

2) $f(x) = g(x)$

3) $f(x) > g(x)$

4) $g(x) \leq 0$

Exercice 6

On considère la fonction $f : x \longmapsto f(x) = \dfrac{1-2x}{9-x^2}$.

1) Déterminer l'ensemble sur lequel $f(x)$ est définie.

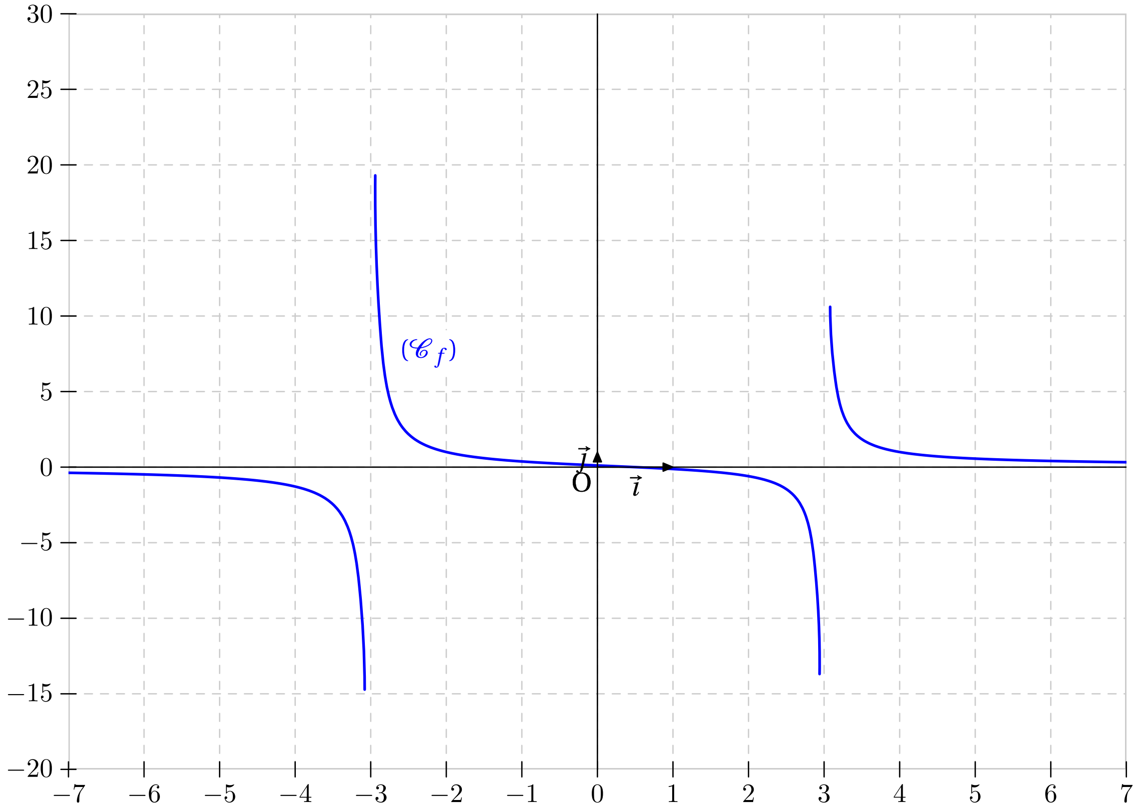
2) Déterminer l'image de $-\dfrac{3}{2}$.

3) Déterminer les éventuels antécédents de 0.

4) Déterminer les réels dont l'image est strictement positive.

5) Déterminer l'ensemble sur lequel la fonction $g : x \longmapsto g(x) = \sqrt{\dfrac{1-2x}{9-x^2}}$ est définie.

Illustration



Exercice 7

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)^2 - 2$.

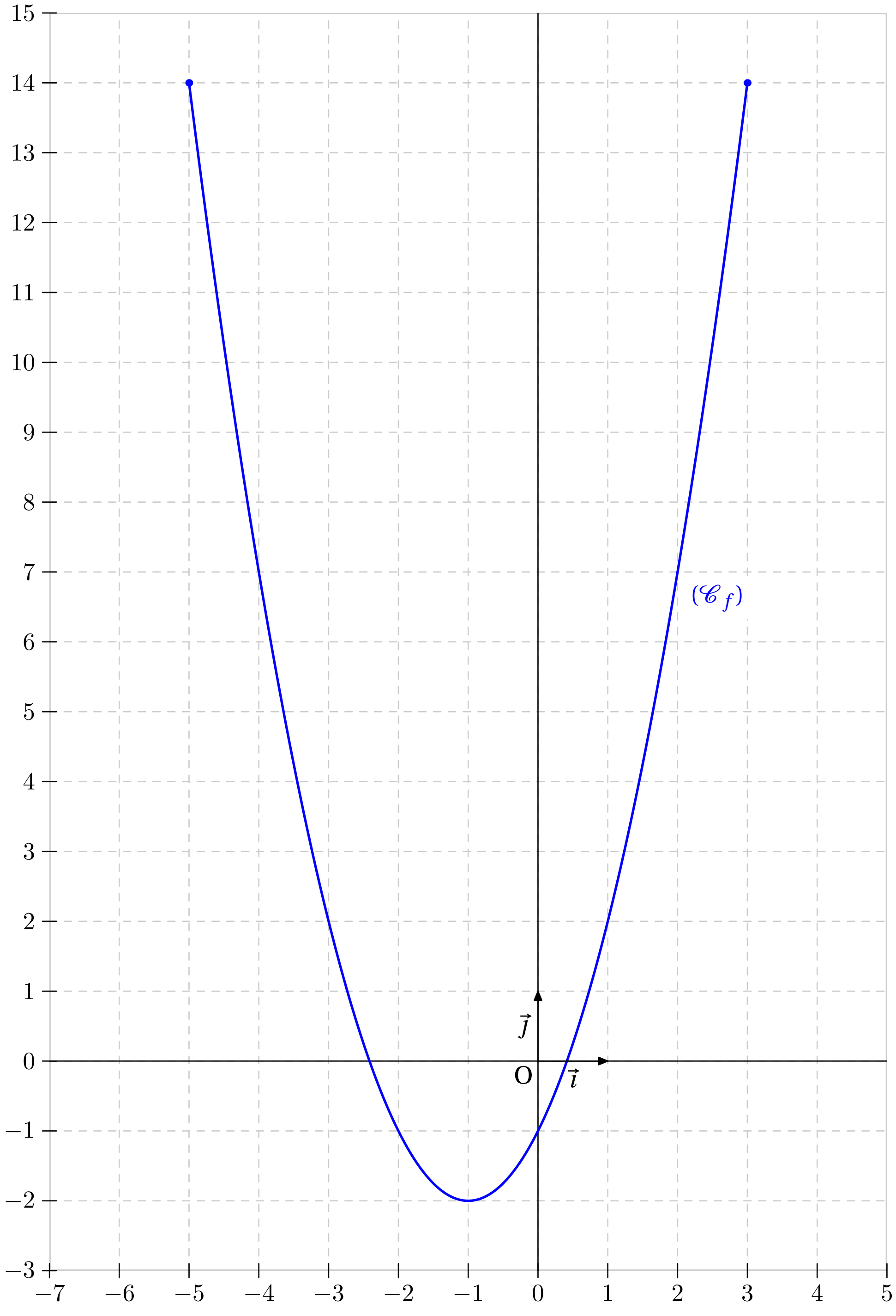
1) **a)** Calculer $f(-1)$.

b) Après avoir calculé $f(x) - f(-1)$, comparer $f(x)$ et $f(-1)$.

c) Interpréter ce résultat pour la fonction f.

2) A l'aide de la calculatrice, donner le tableau de variation de f sur $[-5\ ;\ 3]$.

Illustration



Exercice 8

On donne le tableau de variations suivant :

x	-6		-1		2		7
$f(x)$	0	$\searrow$	-6	$\nearrow$	5	$\searrow$	1

1) Donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f.

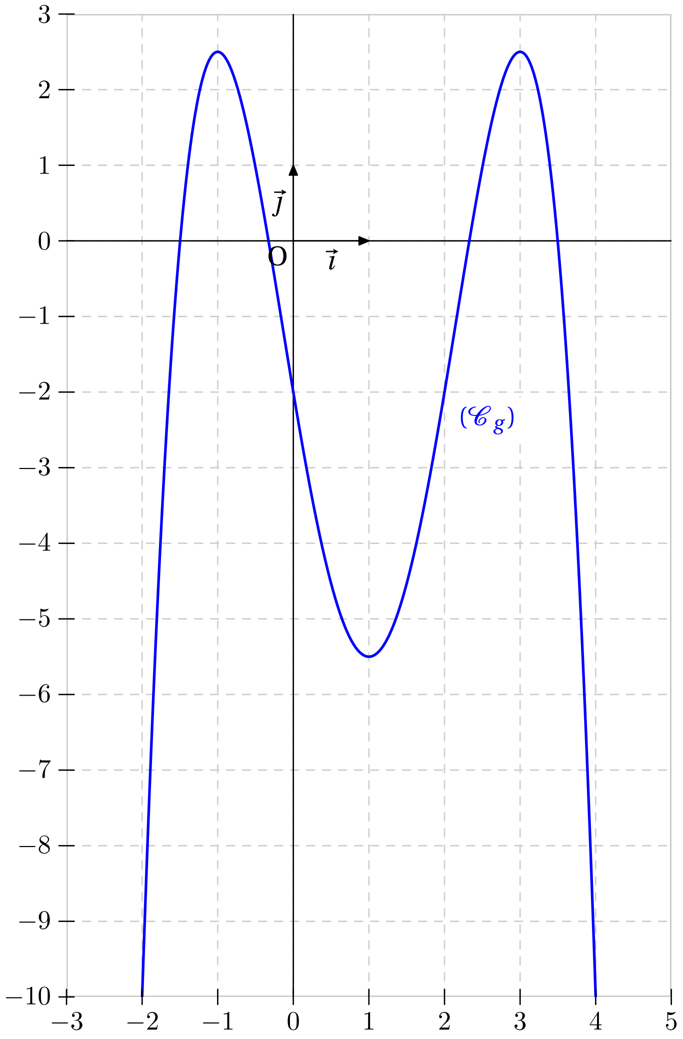
2) Comparer $f(3)$ et $f(4)$.

3) Déterminer le maximum de la fonction f sur $[-6\ ;\ 7]$.

4) Déterminer le maximum de la fonction f sur $[-6\ ;\ -1]$.

5) Combien 4 a-t-il d'antécédents ? Justifier.

Exercice 9



1) Donner le tableau de variations de la fonction g dont on a donné ci-contre la courbe représentative.

2) Combien l'équation $g(x) = 0$ a-t-elle de solutions ? Justifier. On ne demande pas les valeurs des solutions.

3) Résoudre l'équation $g(x) = -2$.

4) On donne :

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + x^2 - 6x - 2.$$

Calculer l'image de 3.

Exercice 10

On appelle $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5\ ;\ 8]$.
On sait que la courbe passe par les points $A(-5\ ;\ 1)$, $B(-1\ ;\ 3)$, $C(3\ ;\ 4)$, $D(6\ ;\ 3)$ et $E(8\ ;\ -1)$.

1) Placer ces points dans un repère du plan.

2) Tracer une courbe pouvant représenter f sachant que :

— f est strictement croissante sur $[-5\ ;\ 3]$;

— f est strictement décroissante sur $[3\ ;\ 8]$.

3) Quel est l'image de 3 ?

4) 3 a-t-il des antécédents ? Si oui, préciser lesquels.

5) Peut-on tracer une autre courbe respectant les conditions données ?

Exercice 11

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - 4x + 7$.

1) Étudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$. On séparera le cas où $x < -2$ du cas où $x > -2$.

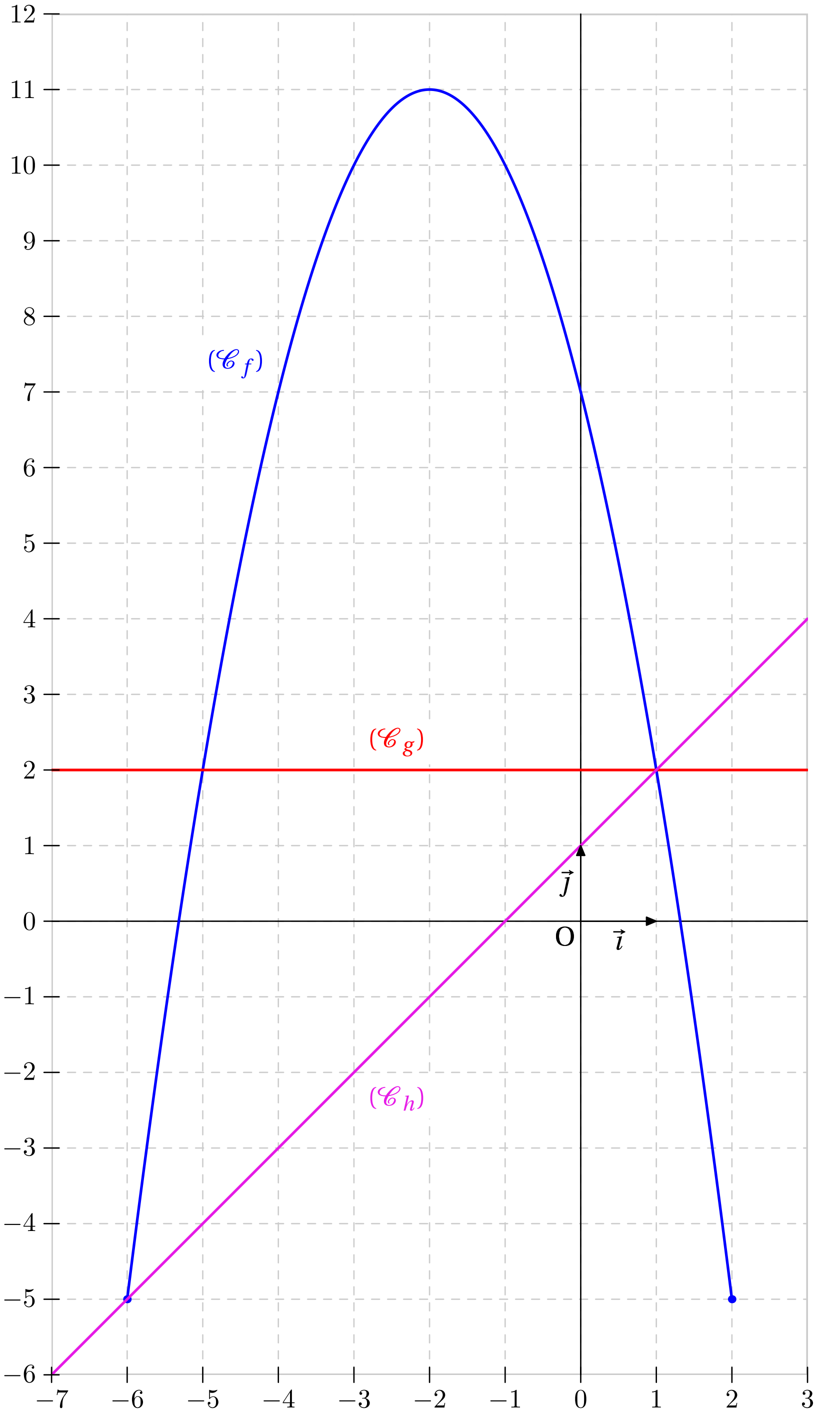
2) f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, calculer sa valeur.

3) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ sur l'intervalle $[-6\ ;\ 2]$.

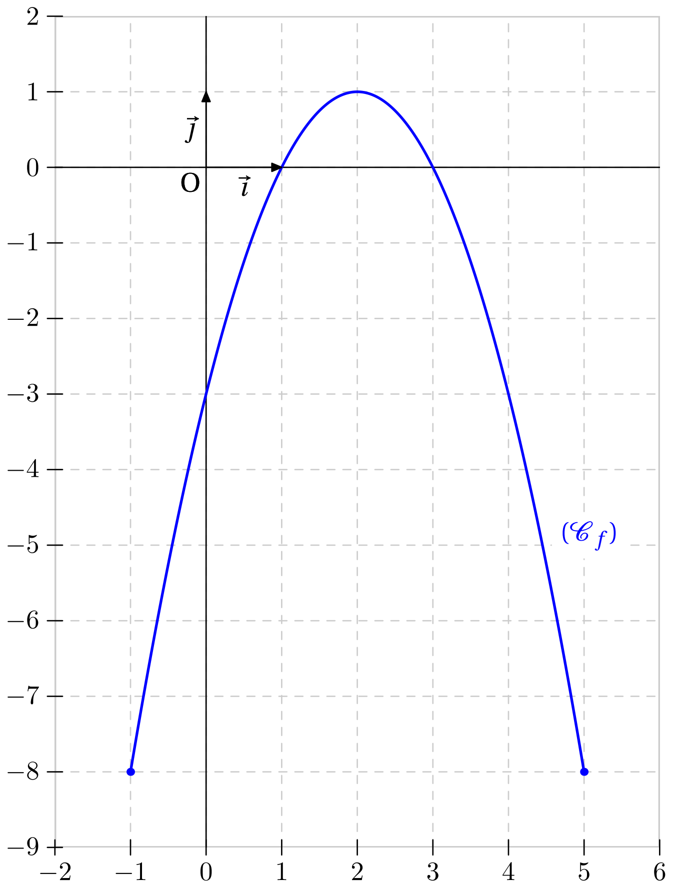
4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 2$.

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x + 1$.

Illustration



Exercice 12



Soit la fonction f définie sur $[-1~;~5]$ dont la courbe est donnée ci-contre.

1) Déterminer graphiquement les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(5)$.

2) Dans quel intervalle varie $f(x)$ quand x varie dans $[-1~;~5]$?

3) Donner son tableau de variations sur $[-1~;~5]$.

4) Résoudre graphiquement l'équation :

$$f(x) = -3.$$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$f(x) > 0.$$

Exercice 13

On considère les fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{-3x+3}{6} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{7x-2}{4}.$$

1) **a)** Tracer les courbes représentatives $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$, en donnant leur coefficient directeur et un point à coordonnées entières. (On pourra utiliser pour cela un tableau de valeurs de la calculatrice.)

b) Donner le sens de variation de f et celui de g.

2) **a)** Résoudre algébriquement $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$ et faire apparaître les résultats sur le graphique.

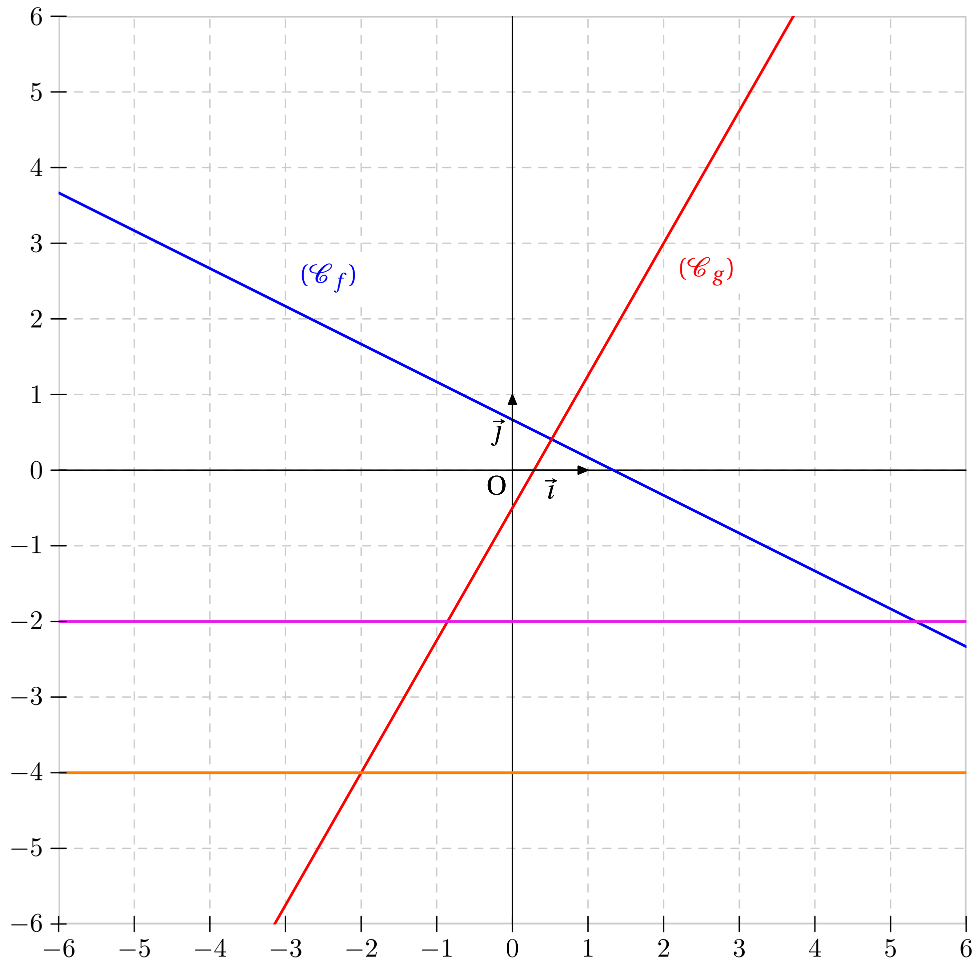
b) En déduire les solutions des inéquations : $f(x) \geqslant 0$ et $g(x) \leqslant 0$. (On répondra à cette question en utilisant le sens de variation des fonctions.)

3) **a)** Calculer $f(5)$. Placer cette information sur le tableau de variations de f. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant -2$.

b) Résoudre algébriquement $g(x) = -4$. En déduire les solutions de l'inéquation $g(x) > -4$.

4) Résoudre algébriquement l'inéquation $f(x) > g(x)$. En donner une interprétation graphique.

Illustration



Exercice 14

x	-6		-1		4		6
$f(x)$	10	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4

1) Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f ?

2) Quelles sont les images de -1 ? de 4 ? de 6 ?

3) Donner l'encadrement entre deux entiers consécutifs de l'image de 0.

4) Donner un antécédent de -1.
A-t-il d'autres antécédents dans l'intervalle $[-6\ ;\ 6]$?

5) Combien 0 a-t-il d'antécédents ?

6) Combien 2 a-t-il d'antécédents ?

Exercice 15

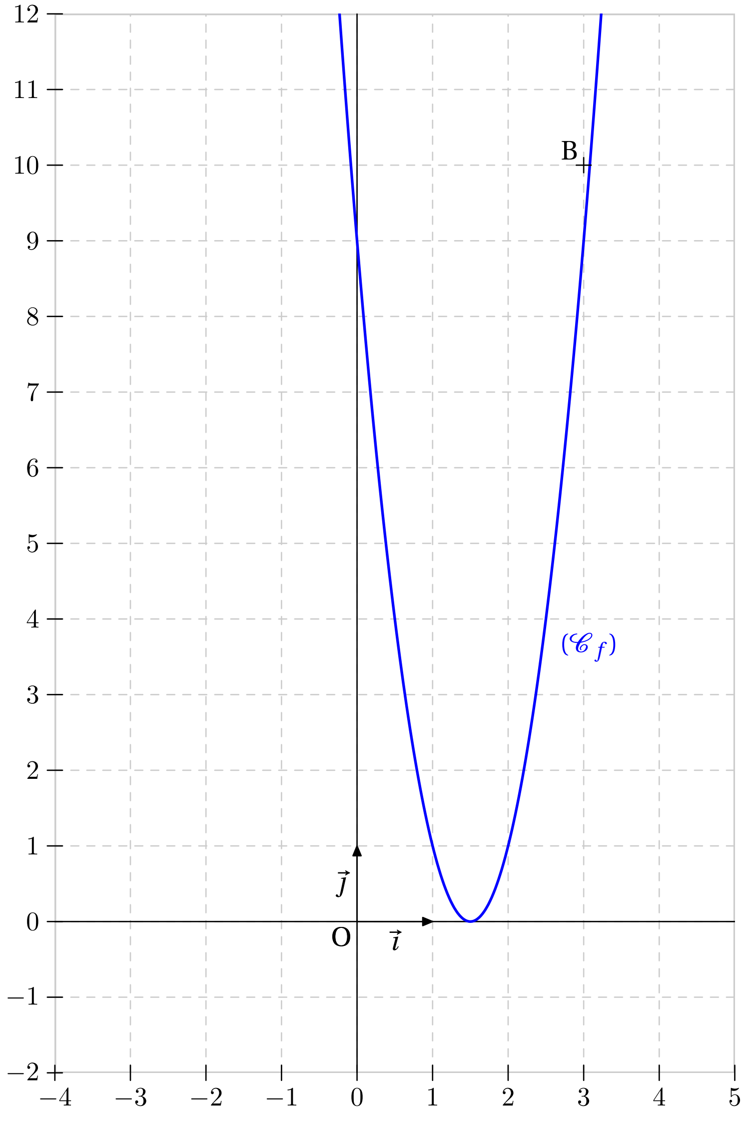
On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^2 - 12x + 9.$$

1) Le point $B(3\ ;\ 10)$ est-il sur la courbe $(\mathcal{C}_f)$?

2) Déterminer le réel a tel que $M(a\ ;\ 0)$ appartienne à $(\mathcal{C}_f)$.

Illustration



Exercice 16

Voici le tableau de variations d'une fonction f :

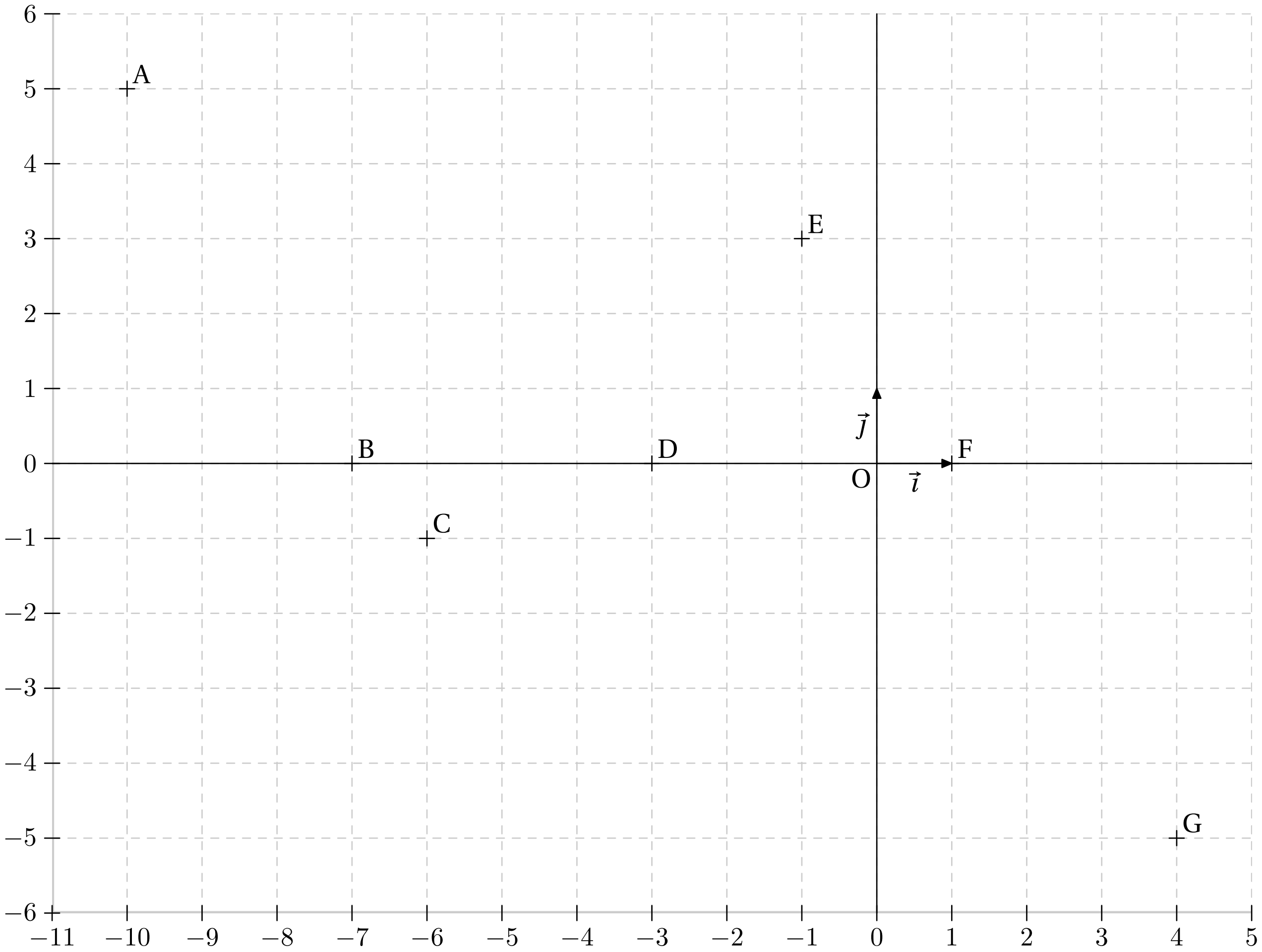
x	-10		-6		-1		4
$f(x)$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5

Voici son tableau de signes :

x	-10		-7		-3		1		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Tracer une représentation graphique de cette fonction.

Illustration



Exercice 17

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = 2x^2 - x + 1.$$

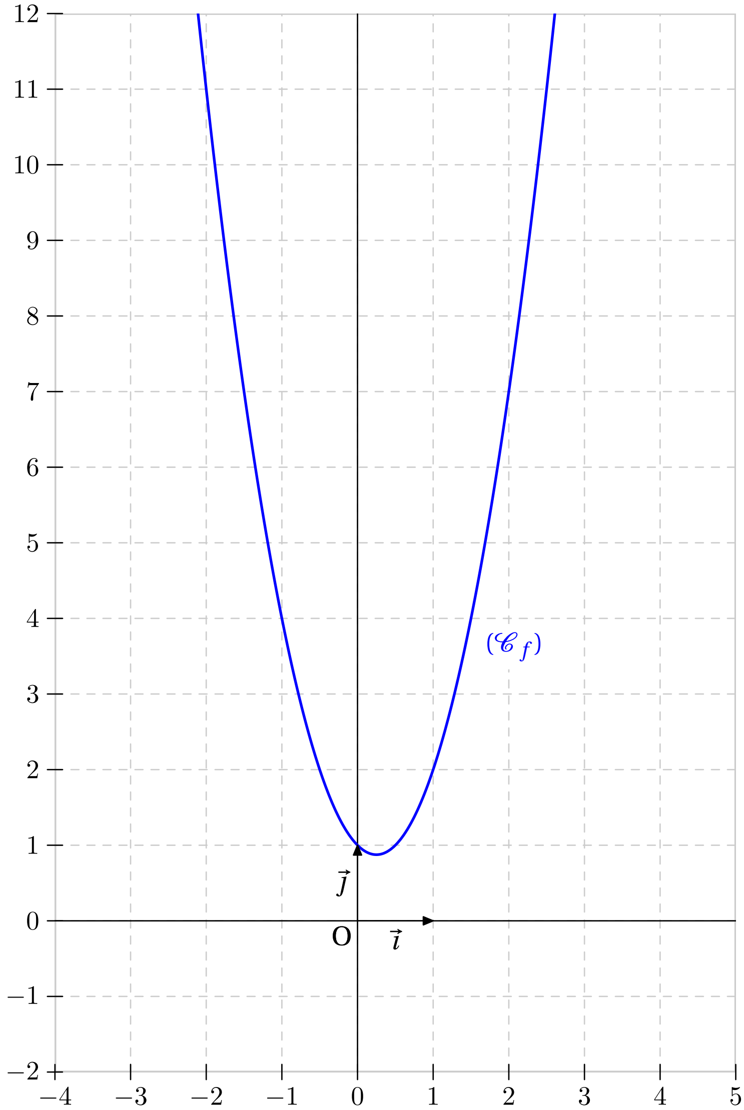
1) Calculer, à l'aide de la calculatrice, les images des nombres suivants : 0 ; $0,5$; 1 ; $1,5$ et 2.

2) Quelle conjecture peut-on alors faire sur la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$?

3) Calculer $f(0,4)$.

4) Que peut-on dire de la conjecture précédente ?

Illustration



Exercice 18

x	-5		-2		0		3
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

A l'aide du tableau de variations, indiquer si les égalités ou inégalités proposées sont vraies, fausses ou si le tableau des variations ne permet pas de conclure.

$f(-1) = 0$	
$f(-4) > f(-2)$	
$f(1) > f(2)$	
$f(-1) = 2$	
$f(-3) > 1$	
$f(-1) < f(-5)$	

Exercice 19

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x.$$

Partie A

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2) Calculer l'image de 3 et de $\sqrt{2}$ par la fonction f.

Partie B

1) A la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction f pour des valeurs de x variants de $-3,5$ à $3,5$.

2) Dresser alors le tableau de variations de la fonction f sur $[-3\ ;\ 3]$.

3) Résoudre graphiquement, en expliquant la méthode, les équations :

- **a)** $f(x) = 0$;
- **b)** $f(x) = 4$.

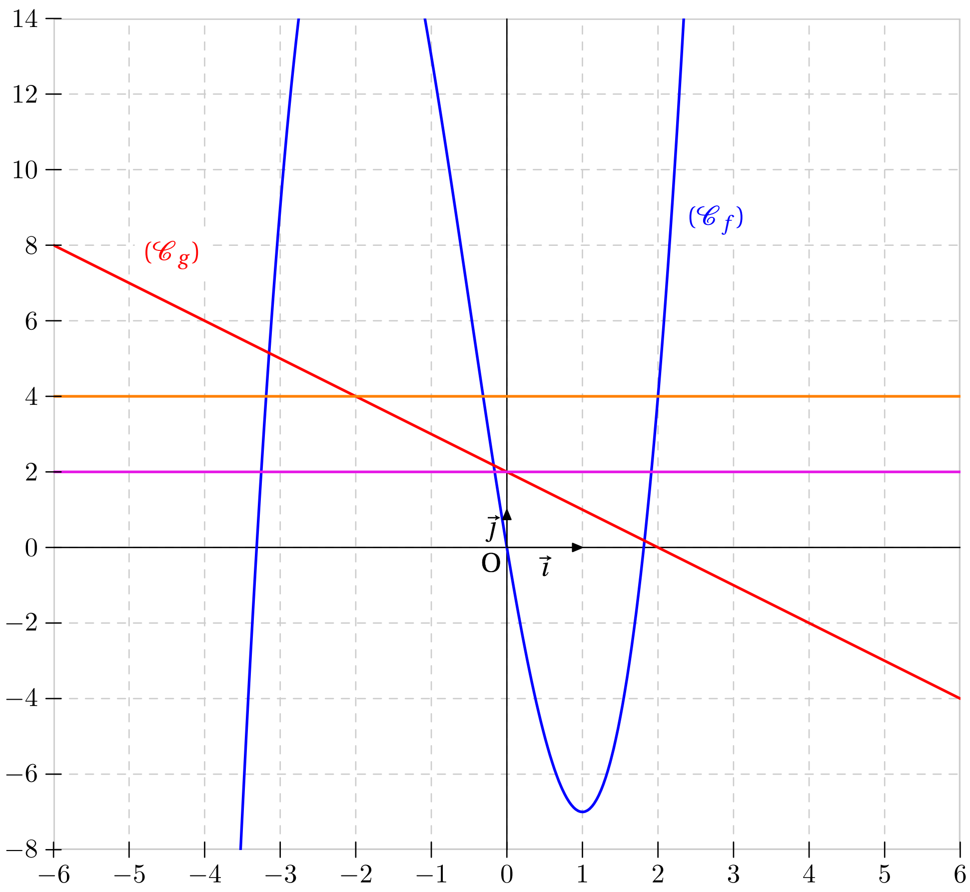
4) Résoudre graphiquement, en expliquant la méthode, les inéquations :

- **a)** $f(x) \geqslant 0$;
- **b)** $f(x) < 2$.

5)
- **a)** Rajouter sur la calculatrice la droite d'équation $y = -x + 2$.
- **b)** En déduire graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = -x + 2$.

NB : on donnera les valeurs approchées à 10^{-1} près.

Illustration



Exercice 20

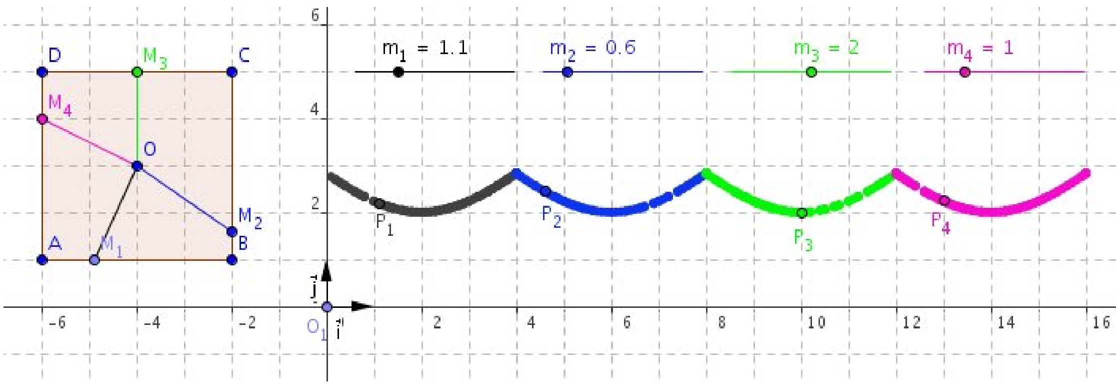
Soit $ABCD$ un carré de côté 4.
Un point M décrit le contour constitué des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ dans le sens $A \to B \to C \to D \to A$.
On appelle x la distance parcourue par M.

1) Que vaut x quand M est en A ? en B ? en C ? en D ? en A (à la fin du trajet) ?

2) Soit O le centre du carré $ABCD$ et f la fonction donnant OM en fonction de x.

- **a)** Quel est l'intervalle d'étude de f ?
- **b)** Calculer $f(x)$ quand x vaut 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 14.
- **c)** Sans calculer $f(x)$ dans le cas général, former le tableau de variations de f en utilisant les propriétés géométriques de la figure.
- **d)** Quel est le minimum de f ? Pour quelles valeurs de x est-il atteint ?
- **e)** Quel est le maximum de f ? Pour quelles valeurs de x est-il atteint ?
- **f)** Donner le nombre d'antécédents de $2,5$.
- **g)** Donner le nombre d'antécédents de 4.

Illustration



Exercice 21

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 5$. On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1) Étudier le sens de variation de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

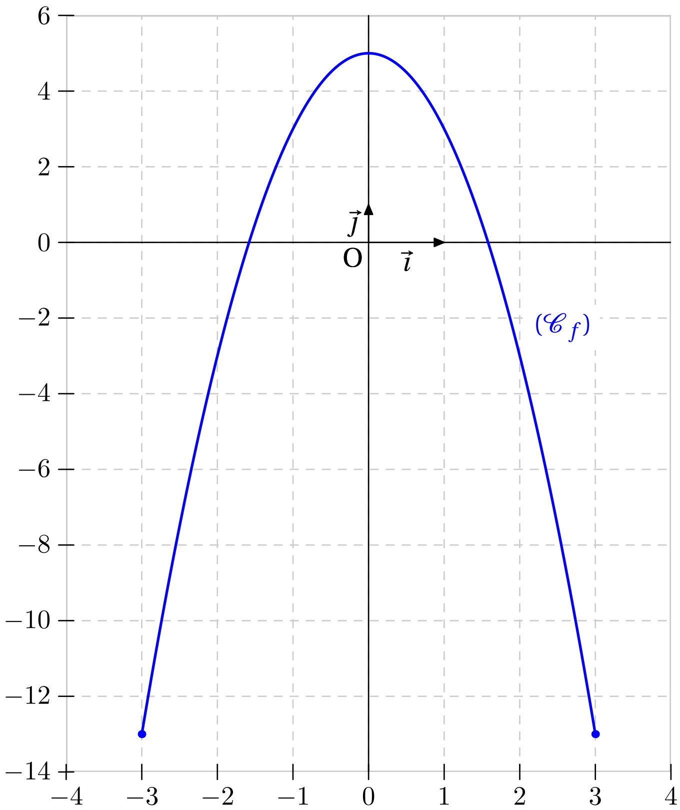
2) Étudier le sens de variation de f sur $]-\infty\ ;\ 0]$.

3) En déduire le tableau de variation de f sur $[-3\ ;\ 3]$.

4) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$.

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

Illustration



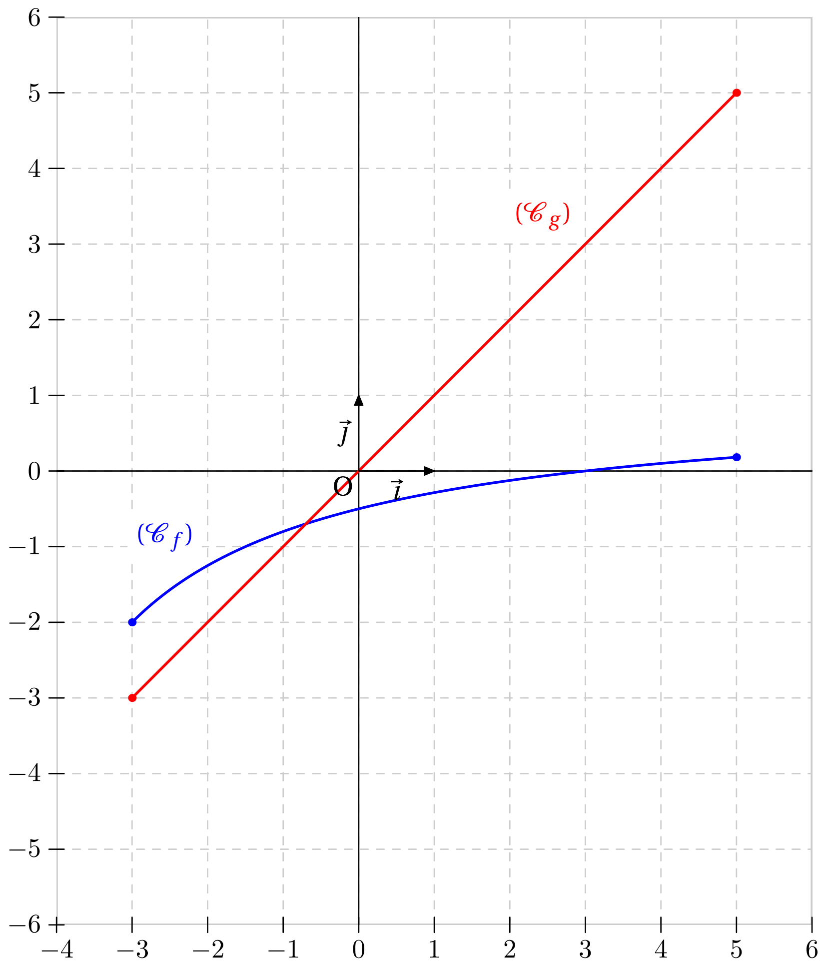
Exercice 22

1) Représenter sur un même écran de calculatrice les fonctions f et g telles que

$f(x) = \dfrac{x-3}{x+6}$ et $g(x) = x$ sur $[-3\ ;\ 5]$.

2) Déterminer une valeur approchée à $0,1$ près de la solution de l'équation $f(x) = x$ dans l'intervalle $[-3\ ;\ 5]$.

Illustration



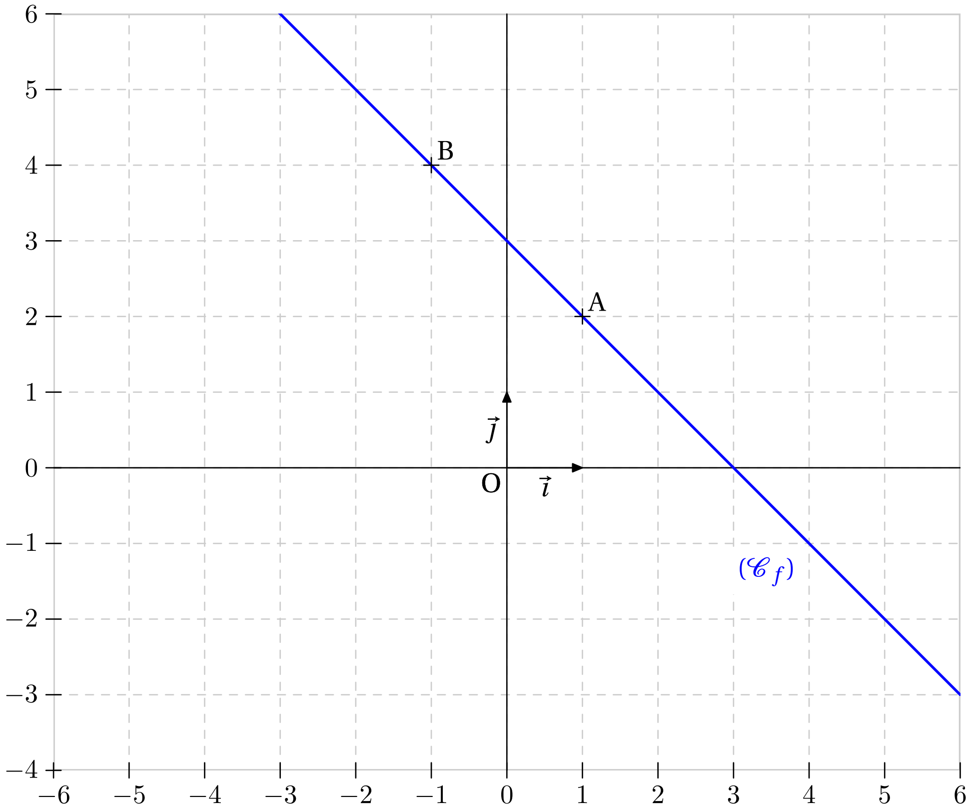
Exercice 23

Soit f la fonction affine tel que $f(1) = 2$ et $f(-1) = 4$.

1) Déterminer l'expression de f.

2) Représenter la courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de f dans un repère orthonormal.

Illustration

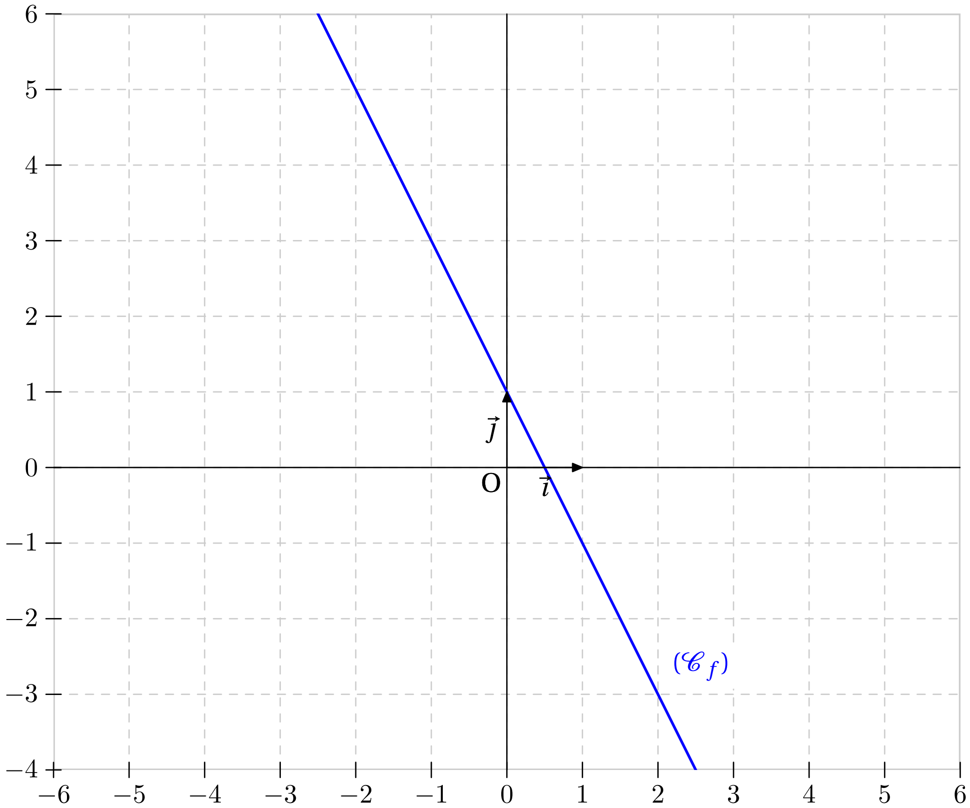


Exercice 24

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x + 1$.

Représenter la courbe $(\mathcal{C}_g)$ représentative de g dans un repère orthonormal.

Illustration



Exercice 25

Dans chaque cas, tracer l'allure de la parabole de la fonction carré et résoudre l'équation :

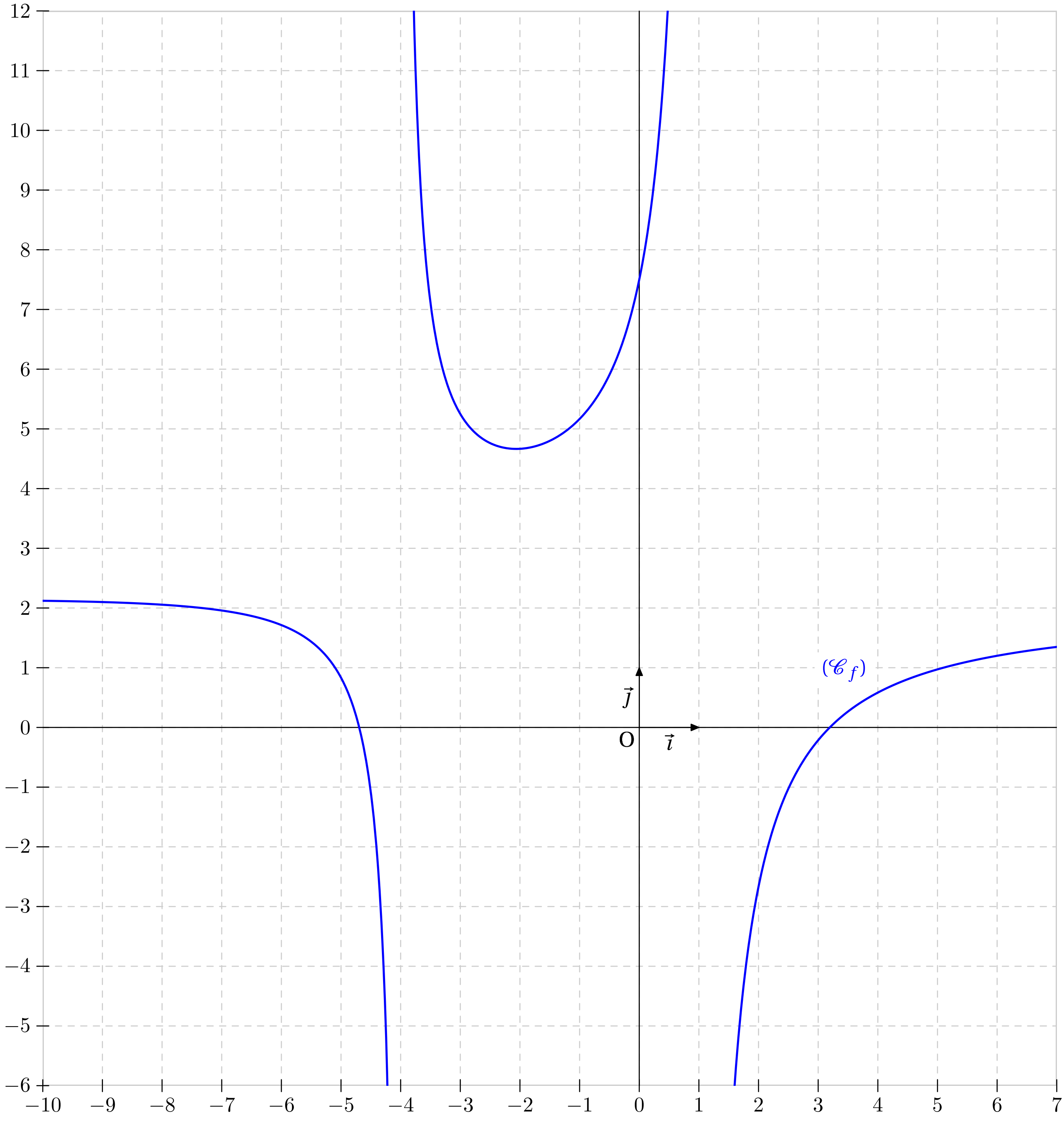
- $x^2 = \dfrac{4}{9}$;
- $x^2 = \dfrac{3}{4}$;
- $x^2 + 9 = 0$;
- $4x^2 - 1 = 0$.

Exercice 26

Donner les valeurs de x pour lesquelles l'expression suivante a un sens, puis réduire l'expression au même dénominateur :

$f(x) = \dfrac{2}{x+4} - \dfrac{5}{x-1} + 2$

Illustration



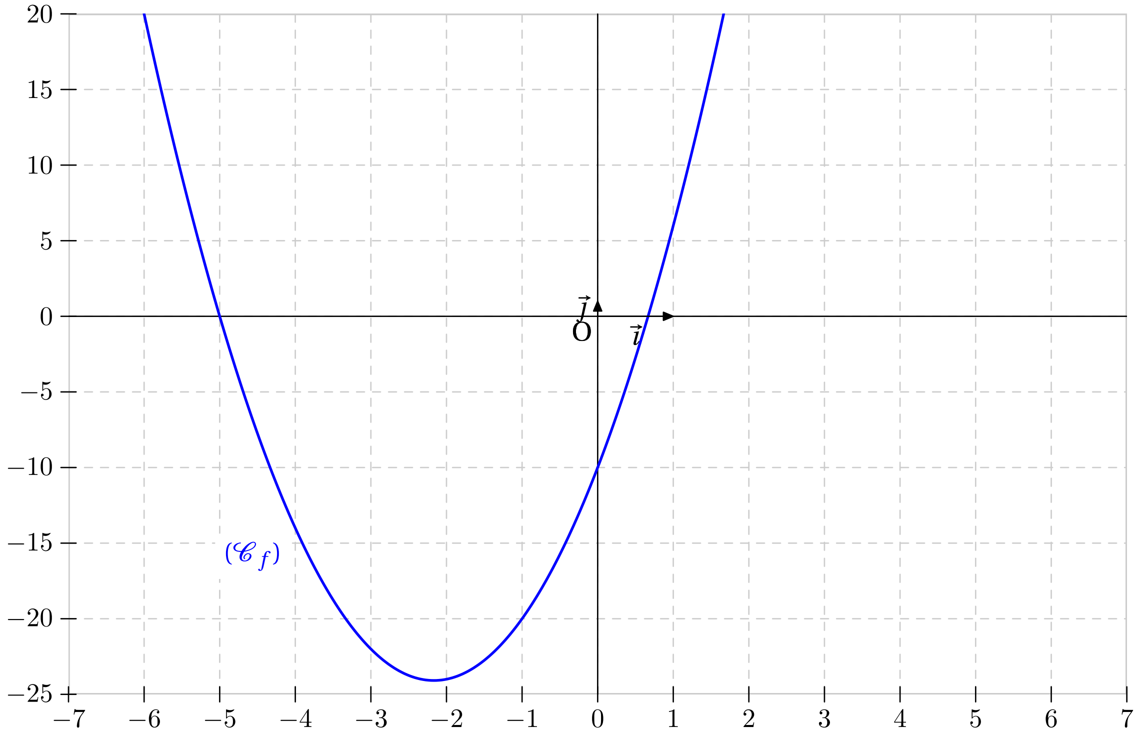
Exercice 27

Soit f la fonction définie par $f(x) = (3x - 2)(x + 5)$.

1) Étudier le signe de $f(x)$ et résoudre $f(x) > 0$.

2) Tracer la courbe représentative de f à la calculatrice et expliquer comment vérifier graphiquement les réponses à la question 1.

Illustration



Exercice 28

Soit $f(x) = (x-2)(x+6)$ pour tout x réel.

1) Vérifier que pour tout x réel,

$$(x-2)(x+6) = x^2 + 4x - 12 = (x+2)^2 - 16.$$

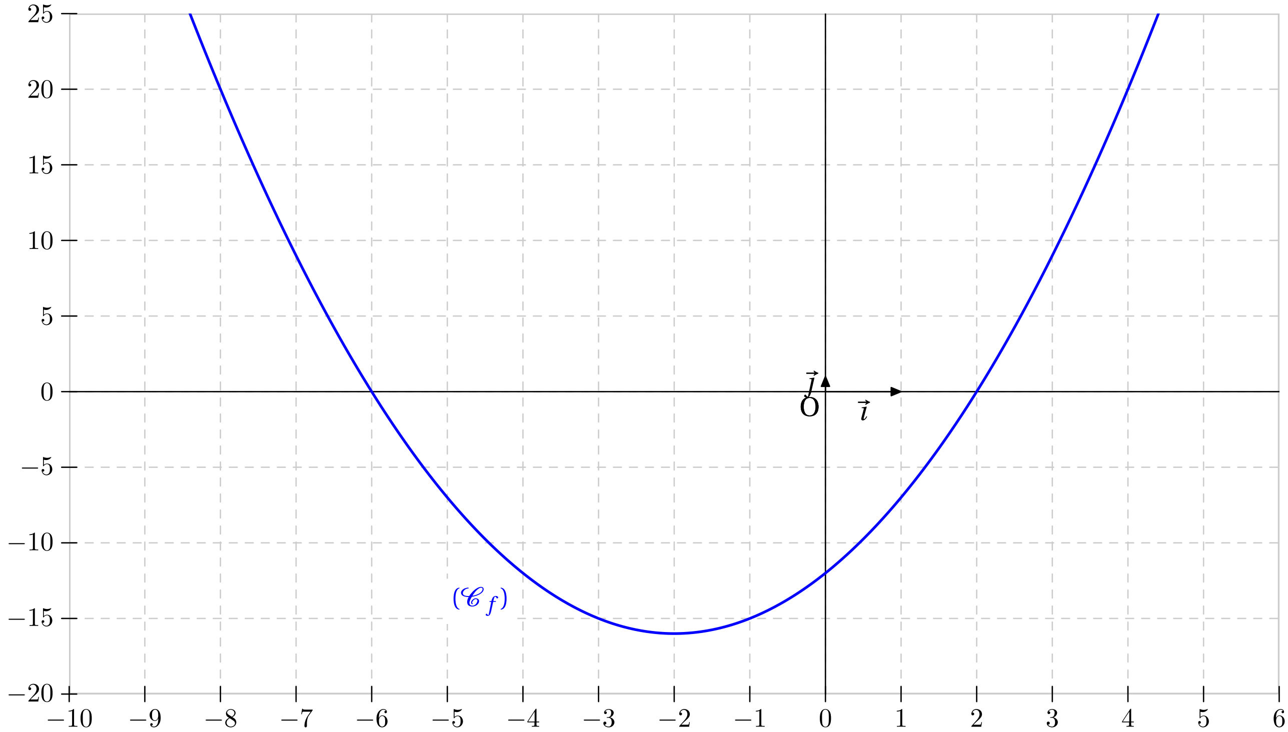
2) Résoudre chacune des inéquations suivantes en choisissant l'expression de $f(x)$ la mieux adaptée :

a) $f(x) \leqslant 0$;

b) $f(x) \leqslant 20$;

c) $f(x) \leqslant x^2 + 4$.

Illustration



Exercice 29

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on définit la droite (d) par son équation réduite $y = -\frac{4}{3}x + 2$.

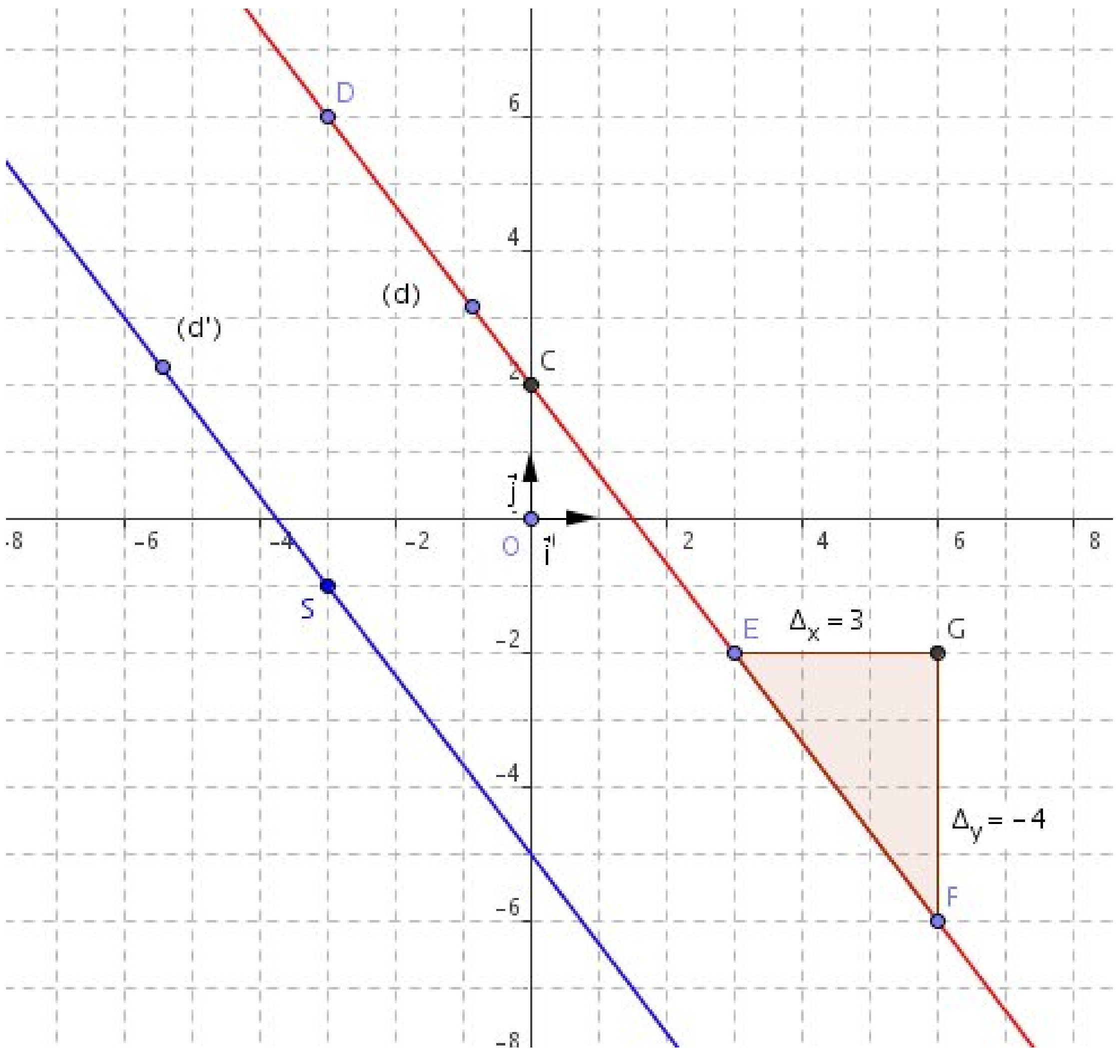
1) Donner trois points de coordonnées entières de la droite (d).

2) Tracer la droite (d).

3) Mettre en évidence sur le graphique **le coefficient directeur** et **l'ordonnée à l'origine**.

4) Déterminer l'équation réduite de la droite (d') parallèle à la droite (d) passant par le point $S(-3\ ;\ -1)$.

Illustration



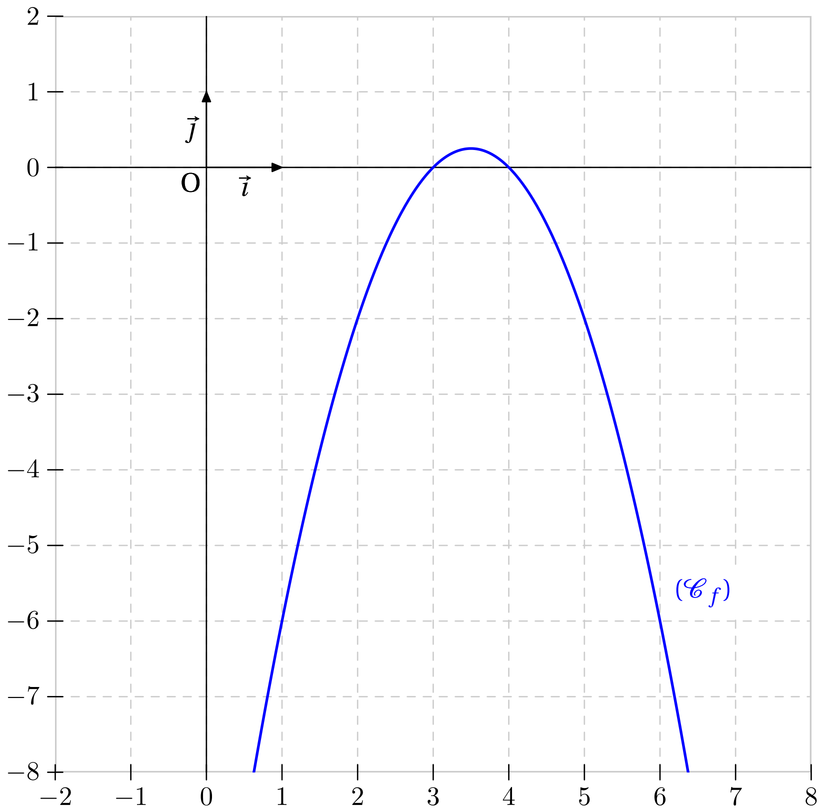
Exercice 30

1) Résoudre l'inéquation $(x-3)(4-x) > 0$.

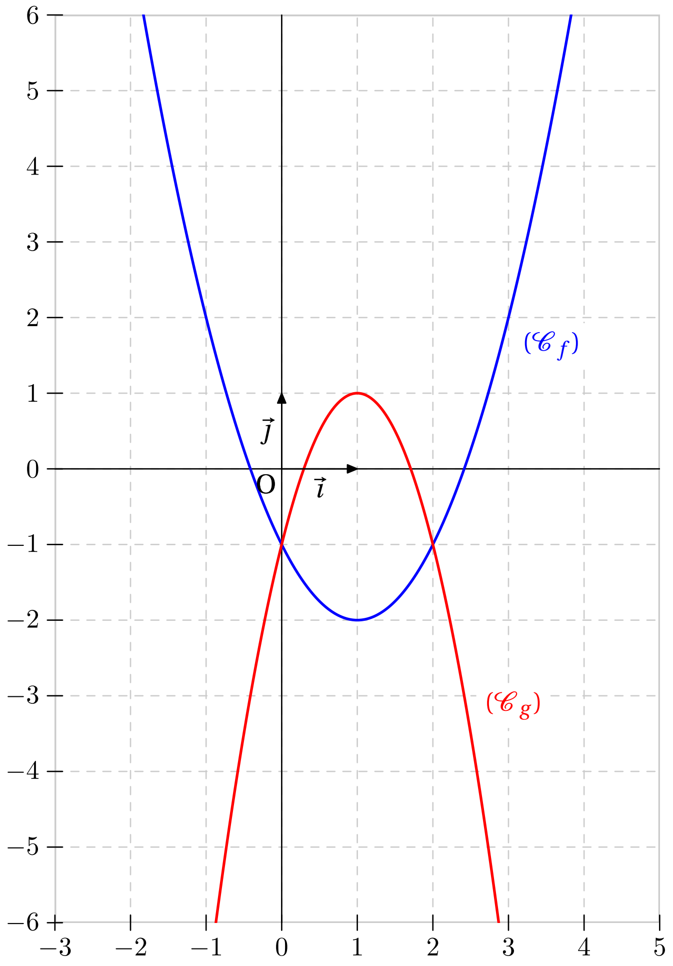
2) A l'aide de la calculatrice, donner l'allure de la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = (x-3)(4-x)$.

NB : cette dernière question donne le moyen de vérifier les résultats de l'inéquation !

Illustration



Exercice 31



Résoudre graphiquement, en justifiant aussi précisément que possible, en donnant si besoin les valeurs approchées au dixième :

1) l'équation $f(x) = 0$;

2) l'équation $f(x) = 2$;

3) l'équation $f(x) = g(x)$;

4) l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

5) le système :

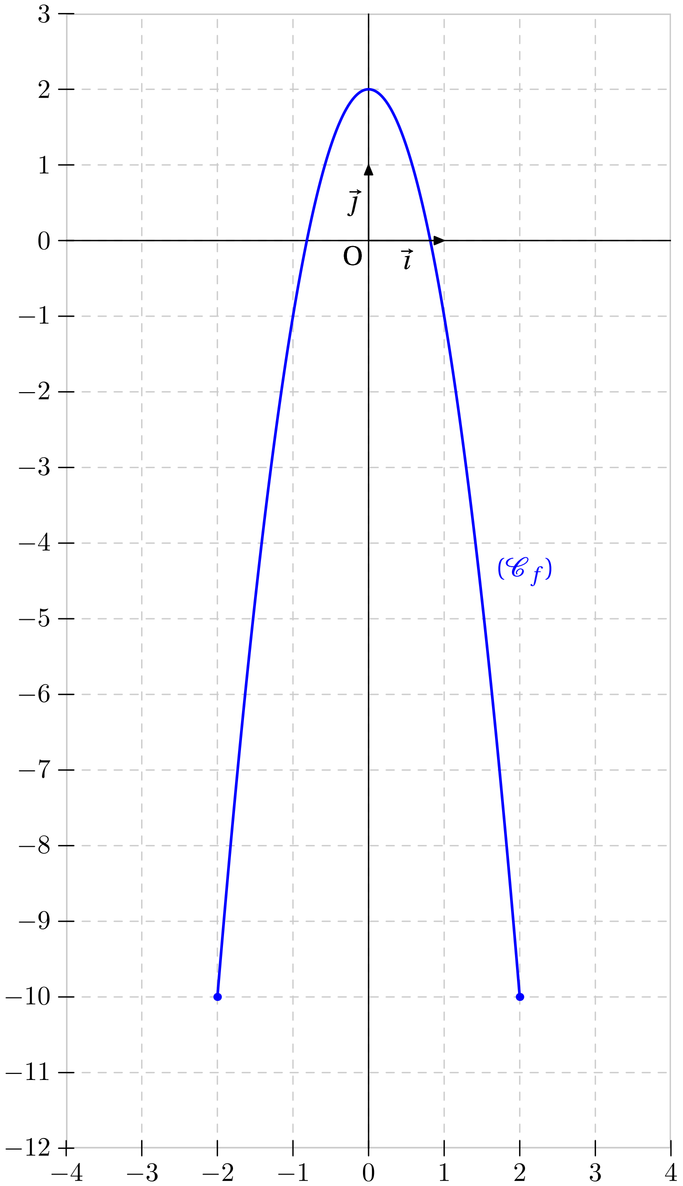
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$$

Exercice 32

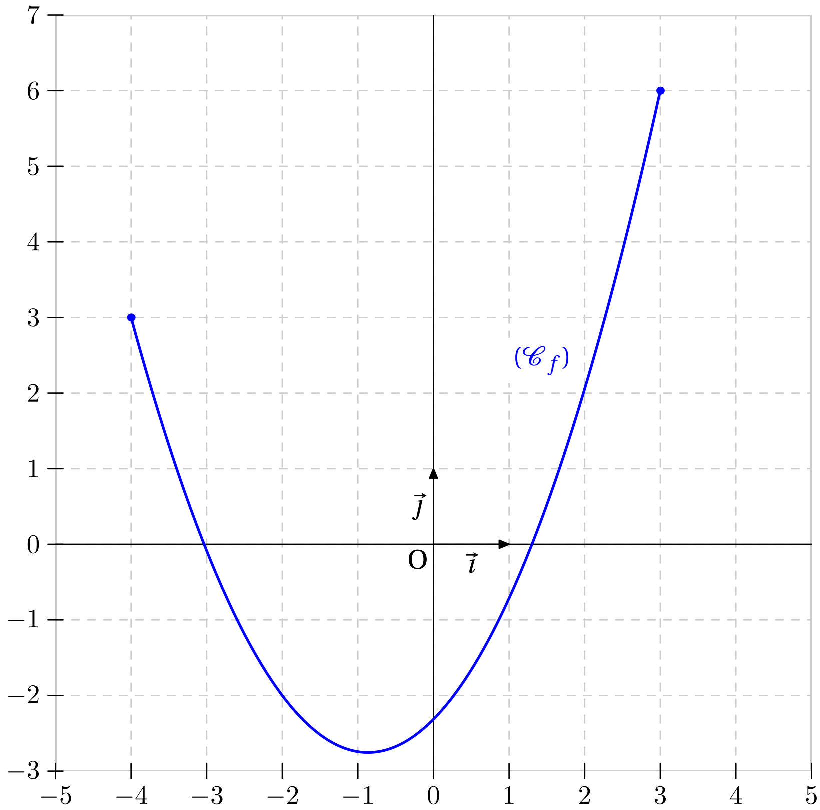
Donner un encadrement de $f(x) = 2 - 3x^2$ pour $x \in [-2\ ;\ 2]$.

NB : attention aux sens de variations !

Illustration



Exercice 33



1) Donner le tableau de variation de la fonction f représentée ci-dessus.

2) Quel est l'image de 3 ?

3) Donner un antécédent de 3.

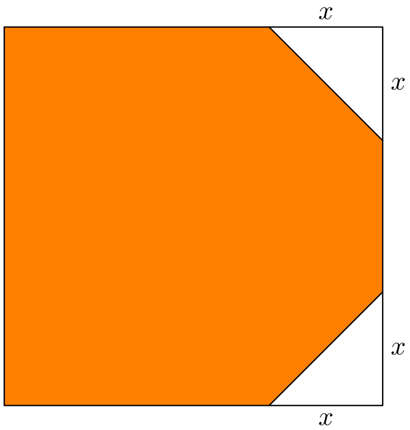
4) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$.

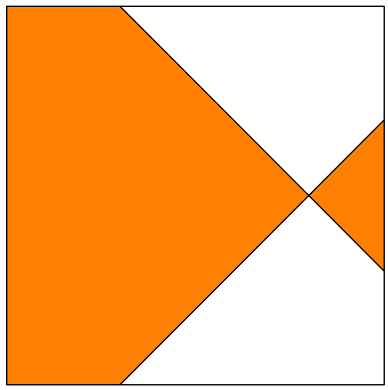
Exercice 34

$ABCD$ est un carré de côté 10.
Soit une longueur x.

Soit f la fonction qui dans les deux cas associe à x l'aire $f(x)$ de la partie colorée. Donner l'expression de $f(x)$ dans chacun des deux cas.

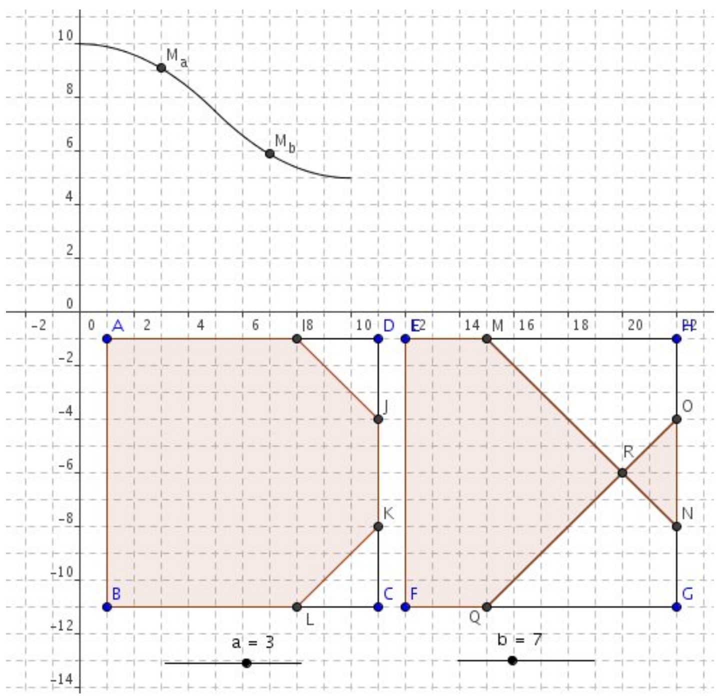


Premier cas : $0 \leqslant x \leqslant 5$.



Deuxième cas : $5 < x \leqslant 10$.

Illustration



Exercice 35

x	-3		0		4		9
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			-3				4
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	-7				-5		

1) Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f ?

2) Quelle est l'image de 4 ?

3) Donner un antécédent de -3.
A-t-il d'autres antécédents dans l'intervalle $[-3\ ;\ 9]$? Justifier.

4) Combien 0 a-t-il d'antécédents ? Justifier.

Exercice 36

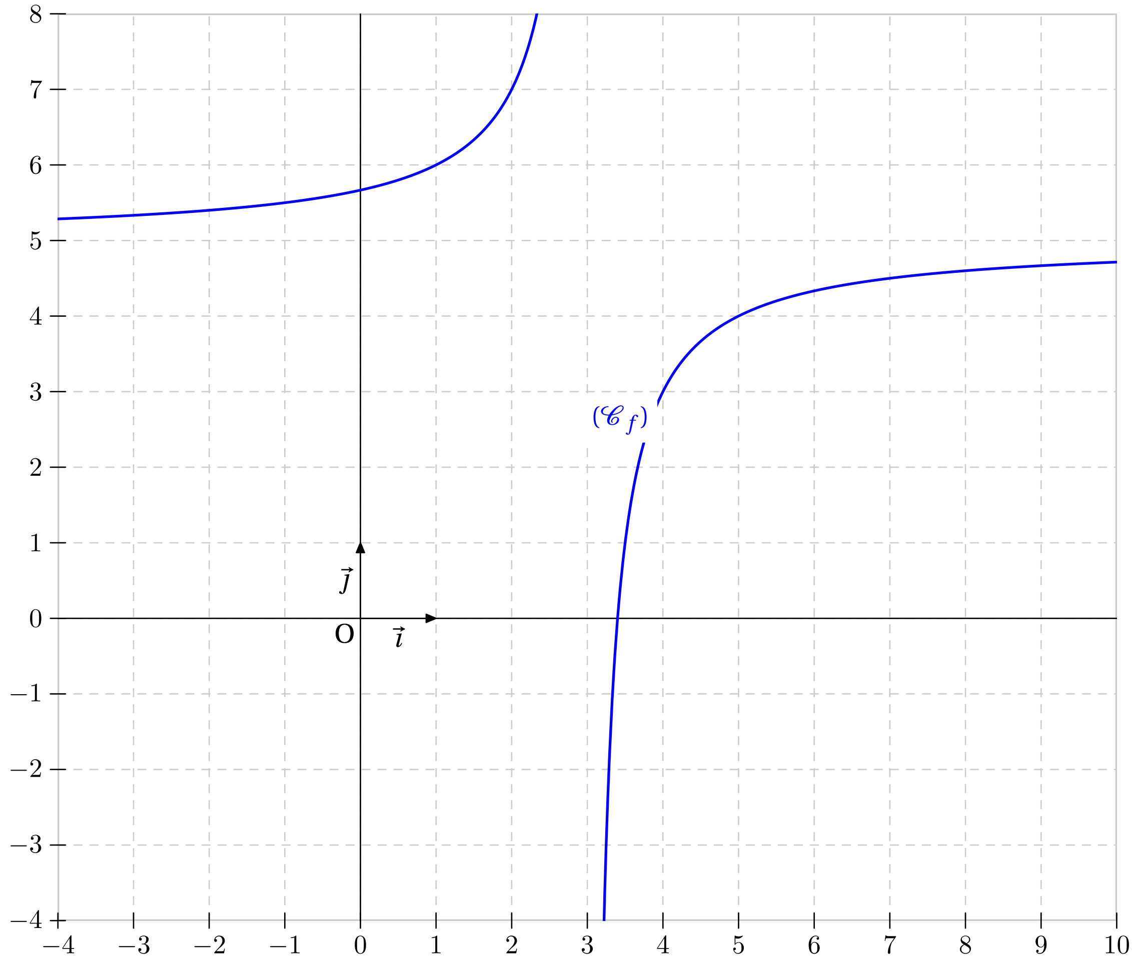
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ par $f(x) = 5 - \dfrac{2}{x-3}$.

1) Factoriser $f(x)$.

2) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

3) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

Illustration



Exercice 37

La fonction f est définie sur $[-6\ ;\ 2]$ par $f(x) = -x^2 - 4x + 7$.

1) Vérifier par un calcul que -5 est l'image de 2 par la fonction f.

2) Donner un tableau de valeurs de $f(x)$ sur l'intervalle $[-6\ ;\ 2]$.

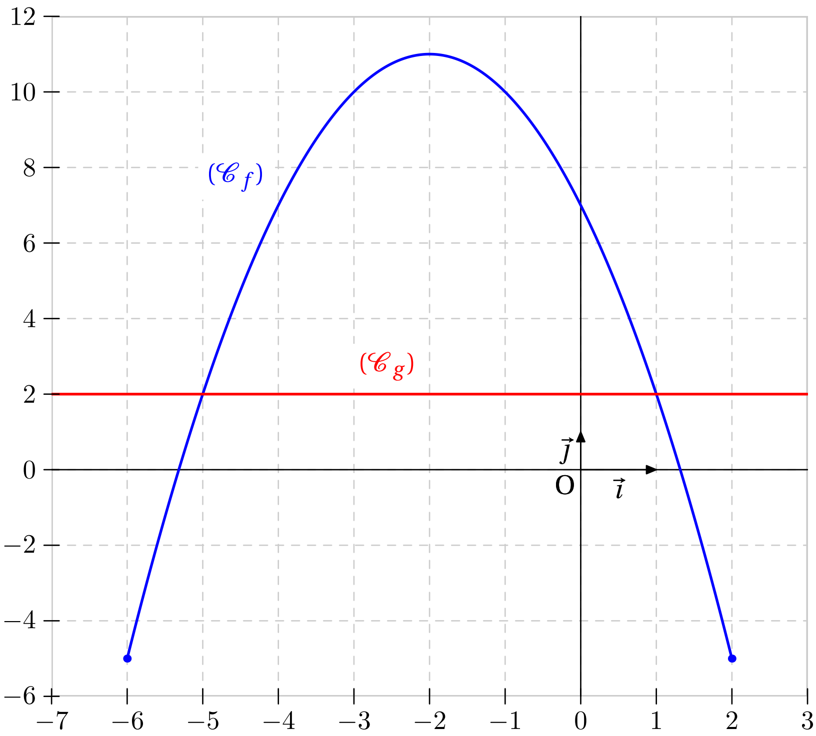
3) Tracer $(\mathcal{C}_f)$ sur l'intervalle $[-6\ ;\ 2]$.

4) A partir de la courbe, donner le tableau de variations de f.

5) f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, donner sa valeur.

6) 2 a-t-il des antécédents ? Justifier.

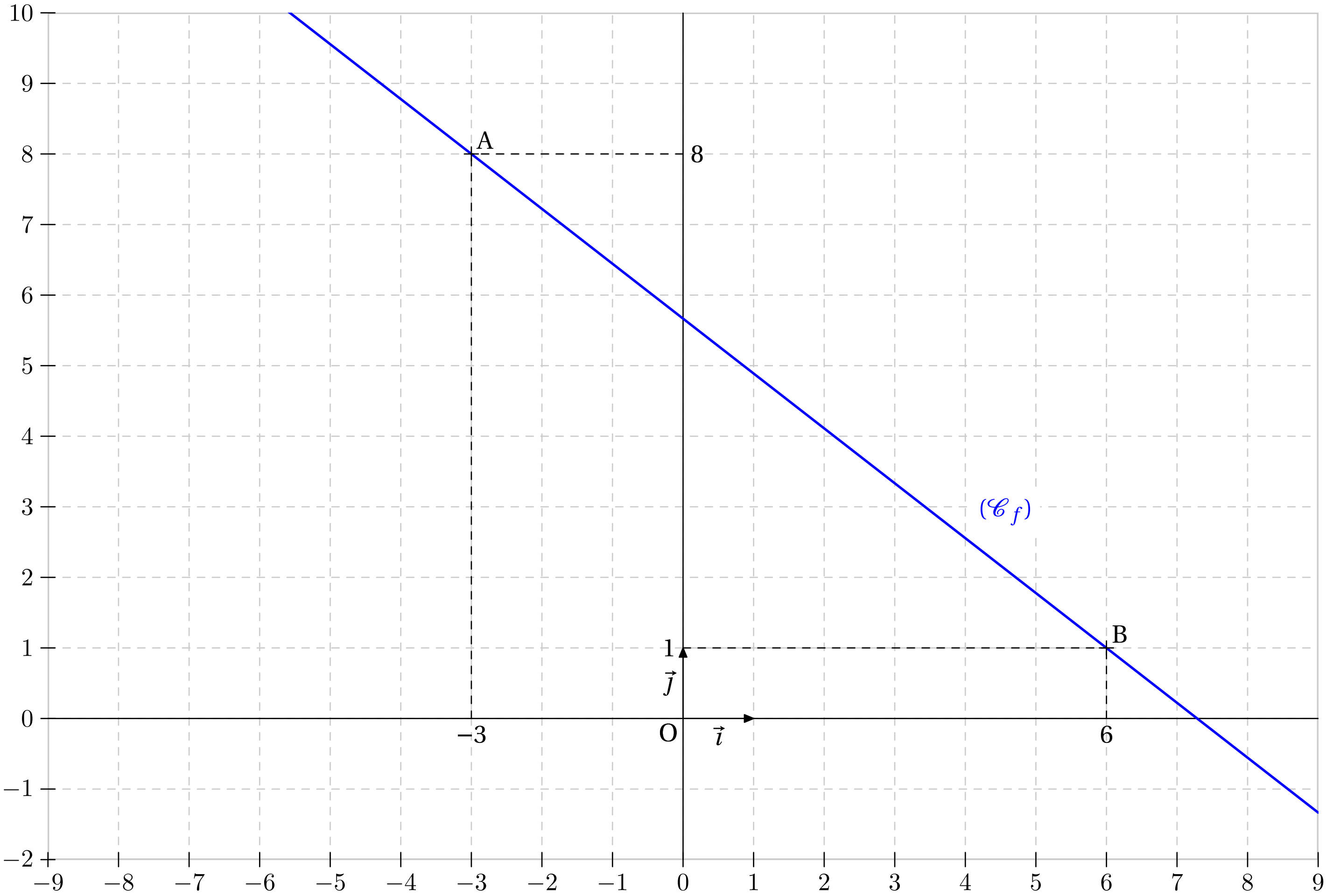
Illustration



Exercice 38

Déterminer la fonction affine f telle que $f(-3) = 8$ et $f(6) = 1$.

Illustration



Exercice 39

On donne le tableau de variation d'une fonction f :

x	0		2		4		5
Variations de f	-4	↘	-5	↗	-1	↘	-2

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) En justifiant ces réponses, indiquer dans chaque cas si l'affirmation est vraie, ou fausse, ou si le tableau de permet pas de conclure.

- **a)** $f(1) < f(3)$
- **b)** $f(1) = -4,5$
- **c)** $f(1) < f(0)$
- **d)** $f(1) < f(5)$
- **e)** $f(3) < 0$
- **f)** le minimum de f sur $[0\ ;\ 5]$ est -2
- **g)** $f(3) = -3$
- **h)** $f(2) < f(5)$

3) Construire une courbe pouvant représenter f dans un repère.

Exercice 40

f est une fonction affine.

1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$					3	1	

2) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de f.

3) Donner l'expression de $f(x)$.

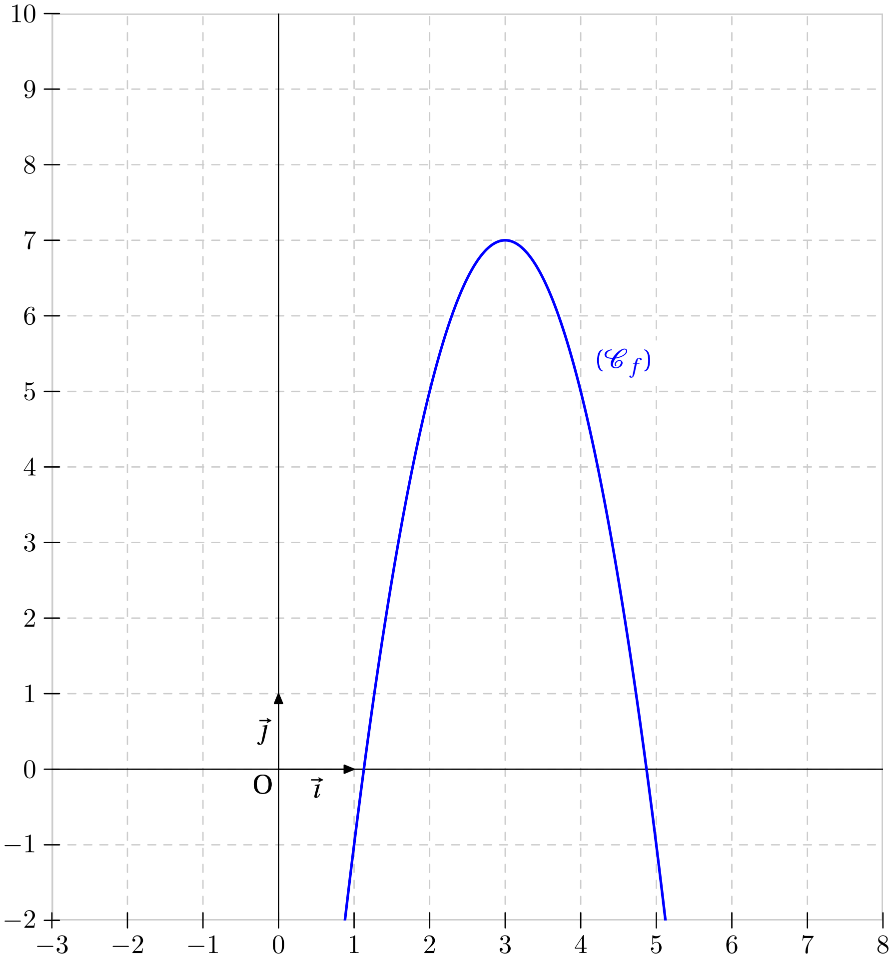
Exercice 41

On considère la fonction polynôme f définie par $f(x) = -2x^2 + 12x - 11$.

1) Donner sa forme canonique.

2) En déduire les variations de f.

Illustration



Exercice 42

Soit f la fonction affine tel que $f(-2) = -1$ et $f(5) = 3$.

1) Déterminer l'expression de f.

2) Représenter la courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de f dans un repère orthonormal.

Exercice 43

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$.

1) Tracer sa courbe représentative sur $[-6\,;0[\cup]0\,;\,6]$.

2) Donner le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.

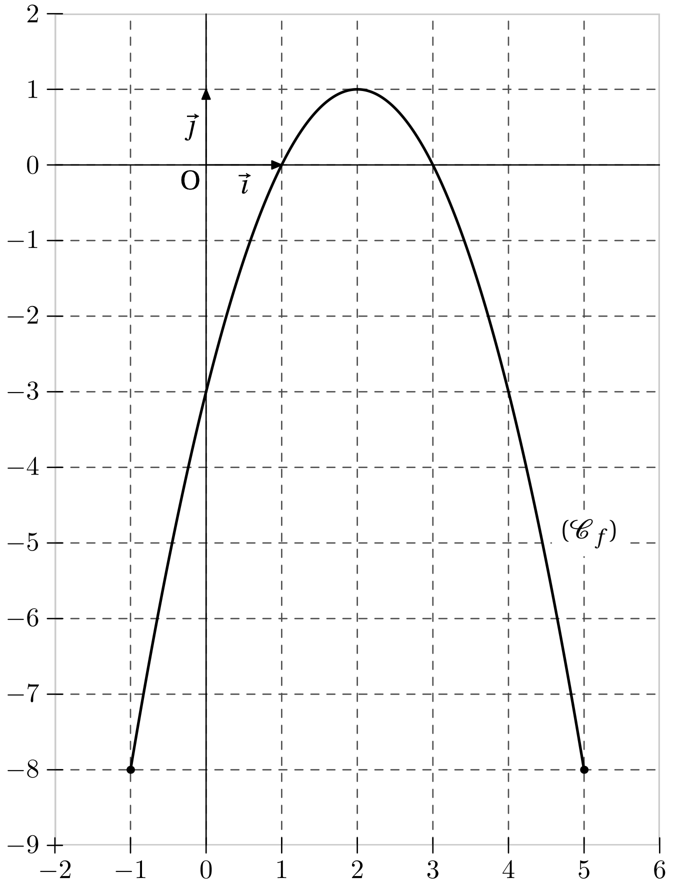
3) Quel est l'image de 5 ?

4) Donner l'antécédent de 5.

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$.

Exercice 44



Soit la fonction f définie sur $[-1\ ;\ 5]$ dont la courbe est donnée ci-contre.

1) Déterminer graphiquement les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(5)$.

2) Dans quel intervalle varie $f(x)$ quand x varie dans $[-1\ ;\ 5]$?

3) Donner son tableau de variations sur $[-1\ ;\ 5]$.

4) Résoudre graphiquement l'équation :

$$f(x) = -3.$$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$f(x) > 0.$$

6) f est une fonction du second degré.

a) Justifier que $f(x) = -(x-2)^2 + 1$.

b) En déduire sa forme développée.

c) Résoudre par le calcul l'équation :

$$f(x) = -3.$$

d) Résoudre par le calcul l'inéquation :

$$f(x) > 0.$$

Exercice 45

Une fonction affine g est décroissante et $(\mathcal{C}_g)$ passe par le point $A(4\ ;\ 3)$.

1) Que peut-on en déduire sur le coefficient directeur ?

2) Que peut-on en déduire sur l'ordonnée à l'origine ?

3) Plusieurs fonctions sont possibles. En donner un exemple.

Exercice 46

Soit f la fonction affine telle que $f(5) = 2$ et $f(-3) = -4$.

Déterminer l'expression $f(x)$ puis tracer $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé.

Exercice 47

1) Une fonction affine f a une courbe $(\mathcal{C}_f)$ passant par les points $A(7\ ;\ -2)$ et par $B(-2\ ;\ 5)$.
Déterminer l'expression $f(x)$.

2) Une fonction linéaire g a une courbe $(\mathcal{C}_g)$ passant par le point $H(5\ ;\ -2)$.
Déterminer l'expression $g(x)$.

Exercice 48

Dans un magasin, on décide de baisser tous les prix de $15\ \%$.

1) Soit x le prix initial d'un produit en euros.
Déterminer le prix final $f(x)$ en fonction de x.

2) Après la réduction, un article valait 119 euros. Quel était son prix initial ?

Exercice 49

Exercice 50