Exercice 1

La distance de x à 8 est 5.

1) Traduire cette phrase à l'aide d'une valeur absolue.

2) Illustrer la situation sur un axe gradué et trouver les deux valeurs possibles de x.

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l' inéquation :

$$-1 \leqslant \frac{4x-3}{5} \leqslant 2.$$

NB : attention à l'ensemble d'étude.

Exercice 3

On connaît l'imprécision de la mesure , en cm, des côtés x et y d'un rectangle :

$$|x - 4,1| \leqslant 0,1 \quad \text{et} \quad |y - 32,4| \leqslant 0,3.$$

1) Déterminer un encadrement de x, de y et du périmètre P de ce rectangle.

2) Etablir une inégalité sous la forme : $|P - c| \leqslant r$.
En déduire une valeur arrondie du périmètre et la précision.

Exercice 4

On mesure le diamètre D d'un disque en cm. La mesure est donnée par la relation suivante :

$$|D - 20| \leqslant 1$$

1) Quelle est la précision de la mesure ?

2) Donner un encadrement du diamètre, puis du rayon R de ce disque.

3) Déterminer un encadrement de la circonférence du disque par deux entiers.

4) En déduire une valeur arrondie de cette circonférence et la précision.

Exercice 5

Donner un encadrement de $f(x) = \dfrac{-4}{x^2+5}$ pour $x \in [-4\ ;\ -2]$.

Exercice 6

1) Représenter l'intervalle $[3\ ;\ 11]$ sur un axe.

2) En utilisant les valeurs absolues, établir une inégalité indiquant la présence d'un nombre x dans cette intervalle.

Exercice 7

En s'aidant d'un axe gradué, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $|x+3| = 7$.

Exercice 8

1) Si les valeurs absolues de deux nombres sont égales, que peut-on dire de ces deux nombres ?

2) En déduire la résolution de l'équation : $|1-x| = |2x-3|$.

Exercice 9

Soit x un nombre réel tel que $2x - 8 \in [-2\ ;\ 8]$.

Déterminer un encadrement de x.

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $|2x+5| = 1$.

Exercice 11

1) Comment traduire géométriquement :

$$|x-1| = |x+3|,$$

où x est l'abscisse d'un point M d'un axe ?

2) Résoudre géométriquement $|x-1| = |x+3|$.

3) Résoudre algébriquement $|x-1| = |x+3|$.

Exercice 12

Soit la fonction $f(x) = \dfrac{5}{2x-3}$.

Encadrer $f(x)$ lorsque $4 < x \leqslant 9$. On détaillera soigneusement chaque étape.

Exercice 13

On considère des cylindres métalliques fabriqués par des machines qui commettent des erreurs dans les découpes de pièces.

On sait que le rayon r de la base a une valeur approchée de $2,15\ cm$ à $0,01$ près, et que la hauteur h du cylindre est comprise entre $2,36\ m$ et $2,38\ m$.

En prenant $3,14$ comme valeur approchée de π par défaut à $0,01$ près, donner un encadrement du volume de la pièce.

Exercice 14

La vitesse de la lumière est de $2,99792458 \times 10^8\ m.s^{-1}$.
Lors d'une expérience, on a établi que le temps nécessaire à la lumière pour aller de la Terre à la Lune est de $1,285\ s$ à $0,005\ s$ près.

Donner un encadrement de la distance Terre-Lune.
NB : la précision de cette distance est de nos jours inférieure au mm, ce qui nous permet de savoir que la Lune s'éloigne d'environ de 3 à $5\ cm$ par an de la Terre.

Exercice 15

Le nombre π est un nombre essentiel en géométrie. La recherche notamment d'une bonne approximation de π par des fractions a de tout temps passionné les mathématiciens.

Les Babyloniens utilisaient comme approximations $3+\dfrac{1}{8}$.
Les Egyptiens, au XVIIème siècle avant JC, utilisaient $3+\dfrac{13}{81}$.
En Inde, vers 380 avant JC, on utilisait $3+\dfrac{177}{1250}$.
En Chine, au Vème siècle, on utilisait $\dfrac{355}{113}$.
Voici encore d'autres fractions communément utilisés : $\dfrac{22}{7}$, $\dfrac{333}{106}$, $\dfrac{103\,993}{33\,102}$.

Calculer toutes ces fractions et indiquer s'il s'agit une valeur par défaut ou excès, en donnant la précisison.

Au XVIIIème siècle, Leibniz a trouvé :

$$\pi = 4 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \cdots\right)$$

Donner les premières fractions s'approchant de π.

Exercice 16

Comparer $\sqrt{5}-3$ et $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$.

Exercice 17

Comparer $\dfrac{n+2}{n+3}$ et $\dfrac{n+3}{n+4}$ pour tout entier naturel n.

Exercice 18

Soit x un nombre réel tel que $-x+4 \in]3\ ;\ 10]$.

Déterminer un encadrement de x.

Exercice 19

1) Représenter l'intervalle $[-5\ ;\ 7]$ sur un axe.

2) En utilisant les valeurs absolues, établir une inégalité indiquant la présence d'un nombre x dans cette intervalle.

Exercice 20

En s'aidant d'un axe gradué, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $|x+3| = 7$.

Exercice 21

1) Résoudre géométriquement l'équation : $|x-1| = |x+3|$.

2) Résoudre algébriquement l'équation : $|1-x| = |2x-3|$.

Exercice 22

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'inéquation : $-1 \leqslant \dfrac{5-x}{3} < 1$.

Exercice 23

Un carré a pour côté $12,4\ cm$.
Mais la règle utilisée pour effectuer la mesure ne permet qu'une précision de $0,1\ cm$.
Ainsi, si x est le côté exact du carré, on peut écrire :

$$|x - 12,4| \leqslant 0,1.$$

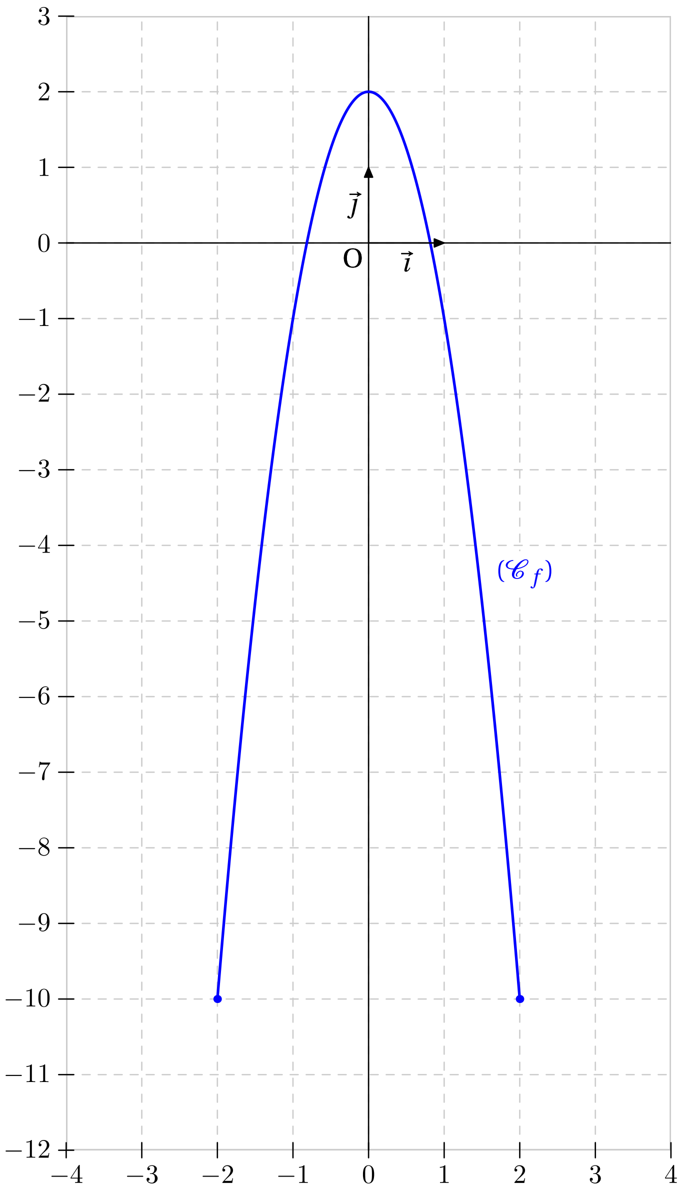
Déterminer un encadrement de l'aire de ce carré par deux entiers.
Traduire cet encadrement à l'aide d'une valeur absolue.

Exercice 24

Donner un encadrement de $f(x) = 2 - 3x^2$ pour $x \in [-2\ ;\ 2]$.

NB : attention aux sens de variations !

Illustration



Exercice 25

1) Résoudre géométriquement l'équation : $|x+6|=4$.

2) Résoudre algébriquement l'équation : $|3x-4|=|2x-5|$.

Exercice 26

1) x a pour valeur approchée $2,56$ à $0,01$ près.

a) Traduire cette phrase en utilisant les distances.

b) Traduire cette phrase en utilisant les valeurs absolues.

c) Traduire cette phrase en donnant un encadrement de x.

2) On donne : $4 < y < 10$.

a) Représenter les solutions sur un axe.

b) Traduire cet encadrement en utilisant les valeurs absolues.

Exercice 27

x et y sont deux entiers strictement positifs tels que $x < y$.

1) Comparer $\dfrac{x-1}{x}$ et $\dfrac{y-1}{y}$.

2) Quel est le plus grand des deux nombres : $\dfrac{8\,765,4321}{8\,765,4322}$ ou $\dfrac{8\,765,4322}{8\,765,4323}$?
Justifier sans l'aide de la calculatrice.

Exercice 28

1) Résoudre géométriquement $|x-1| = |x+3|$.

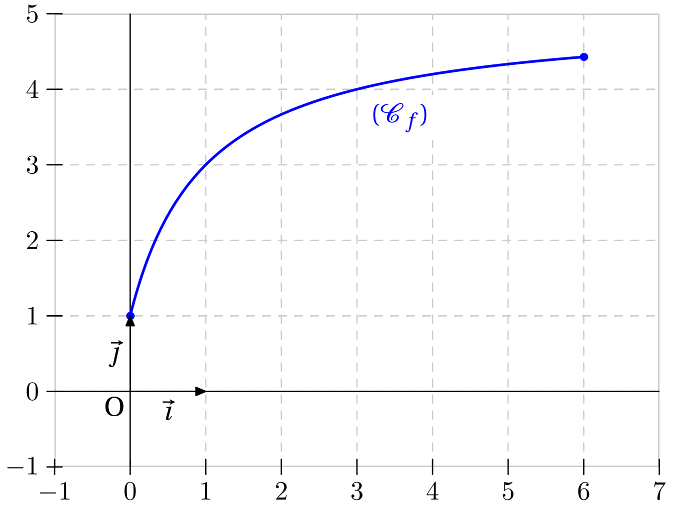
2) Résoudre algébriquement $|3x+4| = |x-5|$.

Exercice 29

On donne : $f(x) = \dfrac{-4}{x+1} + 5$.

Donner un encadrement de $f(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$.

Illustration



Exercice 30

Etudier le sens de variation de la fonction f définie par $f(x) = -5(2x-3)^2 - 8$ sur $\left]-\infty\ ;\ \dfrac{3}{2}\right[$.

Exercice 31

Exercice 32

Exercice 33

Exercice 34

Exercice 35

Exercice 36

Exercice 37

Exercice 38

Exercice 39

Exercice 40

Exercice 41

Exercice 42

Exercice 43

Exercice 44

Exercice 45

Exercice 46

Exercice 47

Exercice 48

Exercice 49

Exercice 50