

## PLANCHE : développements limités, applications

**Exercice 1 :** Déterminer les développements limités suivants :

- DL à l'ordre 2 en 0 de  $\frac{1}{\sqrt{3-x}}$ .
- DL à l'ordre 3 en 2 de  $\sqrt{x}$ .
- DL à l'ordre 3 en  $+\infty$  de  $\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$ .
- DL à l'ordre 4 en 0 de  $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ .
- DL à l'ordre 4 en 0 de  $(\ln(1+x))^2$ .
- DL à l'ordre 3 en 0 de  $\frac{x^2+1}{x^2+2x+2}$ .
- DL à l'ordre 4 en 0 de  $\ln \frac{1}{\cos x}$ .
- DL à l'ordre 5 en 0 de  $\tan x$ .

**Exercice 2 :** Déterminer les limites suivantes à l'aide d'un DL :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - x^2 \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right)$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{x^4}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1^x + 2^x + \dots + n^x}{n} \right)^{\frac{1}{x}}$ .

**Exercice 3 :** Déterminer un équivalent au voisinage de 0 de la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = x(1 + \cos x) - 2 \tan x$$

**Exercice 4 :** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$ , étudier le comportement de la courbe représentative de  $f$  au voisinage de 0

**Exercice 5 :** Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{1}{x} \ln \frac{e^x - 1}{x}$$

1. Calculer  $f(-x)$  en fonction de  $f(x)$ , quelle propriété en déduit-on sur la courbe représentative de  $f$  ?
2. Déterminer l'allure de la courbe au voisinage de 0.